

Examen 2
Domingo 21 de junio del 2020

Problema 4. Olcomae coloca 2021 monedas de 1, 2 o 3 olcolones en una fila. Olcomae quiere que entre cualesquiera dos monedas de 1 olcolón haya al menos una moneda; entre cualesquiera dos monedas de 2 olcolones haya al menos dos monedas; y entre cualesquiera dos monedas de 3 olcolones haya al menos 3 monedas. Determine todas las cantidades de monedas de 3 olcolones que puede poner Olcomae.

Problema 5. Sean a, b, c números reales positivos tal que $a^3 + b^3 = c^3$. Demuestre que

$$a^2 + b^2 - c^2 > 6(c - a)(c - b).$$

Problema 6. Sea ABC un triángulo y sea P un punto en el interior del triángulo. Sean A', B' y C' las intersecciones de las rectas AP, BP y CP con el circuncírculo del triángulo, respectivamente. Sea A_B la intersección de $A'B'$ y AC , y sea A_C la intersección de $A'C'$ y AB . Sea P_A la intersección de BA_B y CA_C . Análogamente se definen P_B y P_C . Demostrar que AP_A, BP_B y CP_C son concurrentes.

Horario del examen: 9:00 a.m. a 1:30 p.m.

Tiempo permitido: 4 horas 30 minutos

Cada problema vale 7 puntos