

**Examen 2**  
**Domingo 21 de junio del 2020**

**Problema 4.** Considere los números de una sucesión  $h(1), h(2), h(3), h(4), \dots$  definidos como

$$h(1) = 1, \quad h(2) = 1 + \frac{1}{2}, \quad h(3) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}, \quad h(4) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4},$$

y en general,

$$h(n) = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}.$$

Demuestre que para todo entero positivo  $n > 1$  se cumple que

$$h(n) = 1 + \frac{h(1) + h(2) + \dots + h(n-1)}{n}.$$

**Problema 5.** Encuentre todos los polinomios con coeficientes reales que satisfagan la igualdad

$$(x^2 - 6x + 8)P(x) = (x^2 + 2x)P(x - 2)$$

para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

**Problema 6.** Olcomae coloca 2021 monedas de 1, 2 o 3 olcolones en una fila. Olcomae quiere que entre cualesquiera dos monedas de 1 olcolón haya al menos una moneda; entre cualesquiera dos monedas de 2 olcolones haya al menos dos monedas; y entre cualesquiera dos monedas de 3 olcolones haya al menos 3 monedas. Determine todas las cantidades de monedas de 3 olcolones que puede poner Olcomae.

*Horario del examen: 9:00 a.m. a 1:30 p.m.*

*Tiempo permitido: 4 horas 30 minutos*

*Cada problema vale 7 puntos*