OLIMPIADAS COSTARRICENSES DE MATEMÁTICA
CAPACITACIÃŞN I ELIMINATORIA

I NIVEL - RAZONAMIENTO LÃŞGICO

1. (IE, IN, 2018)Una bolsa de papel contiene 22 bolas iguales, excepto que dos de ellas son rojas, tres azules, diez blancas, cuatro verdes y tres negras. Las bolas son extraídas de la bolsa al azar y sin devolverlas. La cantidad mínima de bolas que deben extraerse para obtener dos del mismo color es

   (a) 4

   (b) 5

   (c) 6

   (d) 9

   Solución

   No importa tanto el número de bolas de cada color, sino que haya al menos 2.

   Como son 5 colores diferentes, se necesitan sacar al menos 6 (principio del palomar) para asegurar que al menos dos bolas son del mismo color. La respuesta correcta es la opciÃşn (c).

2. En el siguiente tablero 4×4 se escribió en cada casilla una operación, de manera que en cada fila y en cada columna los resultados contienen cada nÃžmero del 1 al 4. Sin embargo, se borraron algunas casillas; la operación que podría estar en la esquina inferior derecha es

   (a) $9 - 8$

   (b) $6 \div 3$

   (c) 1×4

   (d) $2 + 1$

1×1		1×3	
2×2	$6 - 3$		$6 - 5$
$4 - 1$	$1 + 3$	$8 - 7$	
$9 - 7$	$2 - 1$		?

   Solución

   Resolviendo las operaciones que quedan, se obtiene:

1		3	
4	3		1
3	4	1	
2	1		

El único número faltante de la segunda columna es 2, y por lo tanto, el último número en la primera fila es 4. Además, el único número faltante en la tercera fila es también 2, por lo que esto colocaría en la última columna los números 2 y 4 (y el 1 ya presente).

Por lo tanto, el único número faltante en la última columna es 3, y la única opción que corresponde a dicho resultado es (c), $2+1$. La respuesta correcta es la opciÃşn (d)

3. (IE, IN, 2018) Si seis trabajadores construyen un muro en 10 días, con una jornada de ocho horas diarias, entonces la cantidad de trabajadores que se necesita para construir un muro igual al anterior, pero en cinco días con jornadas de cuatro horas diarias, corresponde a

   (a) 6

   (b) 12

   (c) 24

   (d) 32

   Solución

   La cantidad total de horas trabajadas es $6 \times 10 \times 8 = 480$. En el segundo caso debe ocuparse la misma cantidad de horas, pues es el mismo muro. Si a es la cantidad de trabajadores, entonces $a \times 5 \times 4 = 480$, es decir, $a = 24$. La respuesta correcta es la opciÃşn (c).

4. (IE, IN, 2018)Hoy es sÃąbado y Ricardo inicia la lectura de un libro de 200 pÃąginas. Ricardo solo puede leer seis pÃąginas cada dÃŋa, excepto los sÃąbados que puede leer 25 pÃąginas. La cantidad mÃŋnima de dÃŋas que le tomarÃą a Ricardo leer el libro completamente es

   (a) 22

   (b) 23

   (c) 24

   (d) 25

   Solución

   El sÃąbado lee 25 pÃąginas, los siguientes 6 dÃŋas lee 36 pÃąginas, es decir cada 7 dÃŋas lee 61 pÃąginas; luego, en 21 dÃŋas lee 183 pÃąginas, el dÃŋa 22 que serÃą sÃąbado puede leer hasta 25 páginas más, pero solo le restan 17 páginas del libro. La respuesta correcta es la opciÃşn (a).

5. (IE, IN, 2018) El collar que se muestra en la figura adjunta contiene perlas oscuras y perlas claras. Carlos toma una perla tras otra del collar, siempre de alguno de los dos extremos. Si se detiene

tan pronto toma la quinta perla oscura, el mayor número de perlas claras que pudo tomar Carlos es

(a) 4

(b) 5

(c) 6

(d) 7

<u>Solución</u>

Toma 6 perlas del lado izquierdo (lleva dos oscuras y 4 claras) y 6 perlas del lado derecho (tres oscuras y tres claras), para un total de siete perlas claras. La respuesta correcta es la opciÃşn (d).

6. En una finca se tienen tres cerdos, seis gallinas y cierto número de vacas. Si se contaron 44 patas entre todos los animales, el número de vacas de la finca es

(a) 6

(b) 5

(c) 4

(d) 3

<u>Solución</u>

Nótese que seis gallinas tienen en total 12 patas y tres cerdos también tienen 12 patas, para un total de 24.

Eso quiere decir que hay 20 patas entre todas las vacas, cada una tiene cuatro patas, por lo que debe haber 5 vacas. La respuesta correcta es la opciÃşn (b).

7. (IE, IN, 2018) La diferencia entre 120 % de 30 y 130 % de 20 es

(a) 0

(b) 5

(c) 8

(d) 10

<u>Solución</u>

$El120\,\%$ de 30 es 120*30/100 =36.

$130\,\%$ de 20 es 130*20/100 =26.

$36 - 26 = 10$ es la diferencia. La respuesta correcta es la opciÃşn (d).

8. (IE, IN, 2018) Se escriben los números enteros positivos desde el uno hasta el 2018, uno a continuación del otro, sin espacios intermedios, formando una larga secuencia de dígitos:

$$12345678910111213\ldots 201620172018$$

La cantidad de dÃŋgitos que se escriben antes de que se escriban tres 8 seguidos es

(a) 164
(b) 165
(c) 166
(d) 167

<u>Solución</u>

La primera vez que aparecen tres 8 seguidos, ocurre al escribir 88 y 89. Se debe contar entonces la cantidad total de dÃŋgitos al escribir los números del 1 al 87. Del 1 al 9 hay 9 dígitos. Del 10 al 88 hay $79 \cdot 2 = 158$ dígitos. En total hay 167 dígitos. La respuesta correcta es la opciÃşn (d).

9. (IE, IN , 2018) Para las pasadas fiestas de Palmares se estima que asistieron cuatro mujeres por cada tres hombres, tres niÃśas por cada cuatro niÃśos y un niÃśo por cada tres hombres. La razÃşn de mujeres a niÃśas que asistieron a dichas fiestas es

(a) 1 : 4

(b) 2 : 3

(c) 4 : 3

(d) 16 : 3

- OpciÃşn correcta: (d)

<u>Solución</u>

Sean M = mujeres, H = hombres, N_a = niÃśas y N_o = niÃśos. Las razones propuestas en el ejercicio son $\dfrac{M}{H} = \dfrac{4}{3}$, $\qquad \dfrac{N_a}{N_o} = \dfrac{3}{4}$, $\qquad \dfrac{N_o}{H} = \dfrac{1}{3}$

Lo que significa que:

$\frac{N_a}{N_o} \cdot \frac{N_o}{H} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ entonces $\frac{N_a}{H} = \frac{1}{4}$

$\frac{M}{H} \cdot \frac{H}{N_a} = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{1} = \frac{16}{3}$ entonces $\frac{M}{N_a} = \frac{16}{3}$. La respuesta correcta es la opciÃşn (d).

10. (IE, IN, 2018) Una caja contiene Ãžnicamente monedas y anillos; ambos objetos estÃąn hechos de oro o de plata. Se sabe, ademÃąs, que 20 % de estos objetos en la caja son anillos y 40 % de las monedas son de plata. Si en la caja hay exactamente 156 monedas de oro, entonces la cantidad de anillos en la caja es

    (a) 65

    (b) 82

    (c) 104

    (d) 169

    Solución

    Como 20 % de los objetos son anillos, 80 % serÃąn monedas, de las cuales 40 % son de plata, por tanto 60 % de las monedas son de oro.

    Es decir, que 60 % de 80 % (que corresponde a $0{,}60 \cdot 80\,\% = 48\,\%$) de los objetos son monedas de oro.

    Entonces 48 % del total es igual 156, lo que implica que en total hay 325 objetos. Finalmente, $20\,\% \cdot 325 = 65$. La respuesta correcta es la opciÃşn (a).

11. (IE, IN, 2018) En una caja hay seis bolas blancas, 16 bolas rojas y el resto son bolas azules. Todas las bolas son del mismo peso, contextura y tamaño. Si la probabilidad de sacar de la caja (al azar) un bola blanca es de 0,15, entonces la probabilidad de sacar una bola azul es

    (a) 0,40

    (b) 0,45

    (c) 0,50

    (d) 0,75

    Solución

    Como $P(Blanca) = 0,15 = \frac{15}{100} = \frac{3}{20} = \frac{6}{40}$, significa que hay 40 bolas en total.

    AdemÃąs, como hay 6 blancas y 16 rojas, entonces hay 18 azules.

Por lo tanto, $P(Azul) = \dfrac{18}{40} = 0{,}45$. La respuesta correcta es la opciÃşn (b).

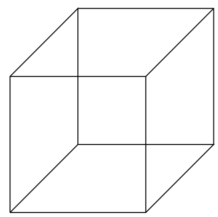
12. (IE, IN, 2018) Considere un cubo como el que se muestra en la figura adjunta. La cantidad de triángulos tales que sus tres vértices son los vértices del cubo es

    (a) 12

    (b) 24

    (c) 56

    (d) 60



Solución

Si se escoge un vértice cualquiera entonces se puede formar un triángulo con cualquier otro par de vértices del triángulo, de los restantes 7 vértices hay 7 formas de escogerlo, y de los 6 que quedan, hay 6 formas, sin embargo, hay que dividir entre dos, pues cada par que se escoge se contó dos veces; esto da $\dfrac{7 \times 6}{2} = 21$ formas.

Por otro lado, el vértice inicial se puede escoger de 8 formas, pero, al igual que antes, cada triplete de vértices se cuenta 3 veces, entonces, la cantidad total de triángulos es $\dfrac{8 \times 21}{3} = 56$. La respuesta correcta es la opciÃşn (c).

13. (IE, 1N, 2018) Una cantidad par de personas decide bailar entre sí en una circunferencia. Cada persona baila con quien que se encuentra diametralmente opuesta a ella.

    Si las personas están numeradas con $1, 2, 3, \ldots$ de manera consecutiva, y si se sabe que la persona que tiene el número 24 baila con la que tiene el número 73, entonces la cantidad de personas que se encuentran bailando es

    (a) 96

    (b) 98

    (c) 100

    (d) 102

Solución

Si $2n$ es la cantidad total de personas, entonces la persona 1 baila con la $n+1$. Como la persona 24 baila con la 73, entonces se tiene que $n + 1 + 23 = 73$; así, $n = 49$ y la cantidad total de personas es 98. La respuesta correcta es la opciÃşn (b).

14. (IE, IN, 2017) En una ciudad, don César es dueÃśo de cinco residenciales; tiene a cada uno enumerado del uno al cinco. En cada residencial existen 35 apartamentos, enumerados con tres dÃŋgitos. El primer dÃŋgito indica el nÃžmero de residencial, los siguientes dos dÃŋgitos indican el nÃžmero de apartamento (del 101 al 135 en el primer residencial, del 201 al 235 en el segundo residencial, y asÃŋ sucesivamente). Para enumerar todos los apartamentos de los cinco residenciales, la cantidad de veces que se utiliza el nÃžmero 2 es

    (a) 65

    (b) 70

    (c) 100

    (d) 105

    Solución

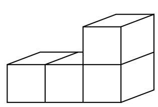
    En cada residencial existen apartamentos que pueden contener: 2, 12, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 32; es decir, el nÃžmero 2 es utilizado 14 veces por cada residencial.

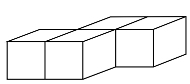
    Como son 5 residenciales, el nÃžmero 2 es utilizado $14 \cdot 5 = 70$ veces.

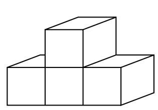
    Sin embargo, en el residencial 2, se utiliza 35 veces en la posiciÃşn de las centenas.

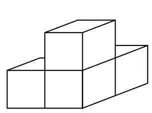
    Luego, $70 + 35 = 105$ es la respuesta. La respuesta correcta es la opciÃşn (d).

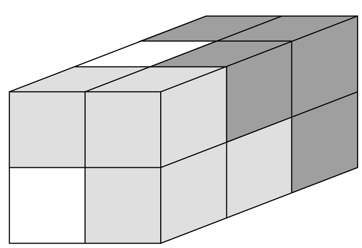
15. (IE, IN, 2017) El paralelepípedo de la imagen adjunta está hecho de tres piezas. Cada pieza consiste de cuatro cubos del mismo color. La apariencia que tiene la pieza blanca es

    (a) 

    (b) 

    (c) 

    (d) 

    Solución

    Nótese que en las piezas grises, los cuatro cubos están visibles, y llenan los seis cubos de uno de los cubos de una de las caras $1 \times 2 \times 3$, y las dos esquinas superiores de la siguiente.

Lo que indica que la pieza blanca está compuesta de tres cubos en fila, y el cuarto sobre el central, tal como en la figura c. La respuesta correcta es la opciÃşn (c).

16. (IE, IN, 2017) En cierta ciudad, la calle Soledad es paralela a la calle LuciÃľrnaga, la calle Estrella es perpendicular a la calle Pastora, la calle Pastora es paralela a la calle LuciÃľrnaga y la calle Soledad es perpendicular a la calle Gaviota. Si la calle Estrella va de Norte a Sur, con certeza se cumple que

    (a) La calle Gaviota es paralela a la calle Pastora.

    (b) La calle Soledad es perpendicular a la calle Pastora.

    (c) La calle Estrella es perpendicular a la calle Soledad.

    (d) La calle Gaviota va de Este a Oeste.

    Solución

    La calle Estrella es perpendicular a la calle Pastora y la calle Pastora es paralela a la calle LuciÃľrnaga, se tiene que la calle Estrella es perpendicular a la calle LuciÃľrnaga.

    Como la calle LuciÃľrnaga es paralela a la calle Soledad, entonces se tiene que la calle Estrella es perpendicular a la calle Soledad. La respuesta correcta es la opciÃşn (c).

17. (IE, IN, 2017) Ana y Antonio se reparten un terreno que heredaron. Según las condiciones de la herencia, Ana recibe dos quintas partes del terreno y Antonio el resto. Sin embargo, Antonio decide ceder a Ana una cuarta parte de la porción del terreno que él recibiría. La parte del terreno que finalmente recibió Ana es

    (a) $\frac{1}{2}$

    (b) $\frac{7}{10}$

    (c) $\frac{9}{20}$

    (d) $\frac{11}{20}$

    Solución

    Ana recibe dos quintas partes del terreno y Antonio el resto, por lo que Antonio recibe $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$.

Antonio decide ceder a Ana una cuarta parte de la porción de terreno que él recibiría, por lo que Antonio cede a Ana $\dfrac{3}{5} \div 4 = \dfrac{3}{20}$.

Finalmente, Ana recibió $\dfrac{2}{5} + \dfrac{3}{20} = \dfrac{11}{20}$. La respuesta correcta es la opciÃşn (d).

18. (IE, IN, 2017) Un nÃžmero *palÃŋndromo* es aquel que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. La menor cantidad de dÃŋgitos que deben eliminarse en el nÃžmero 87 979 981 para que sea *palíndromo* es

    (a) 2

    (b) 3

    (c) 4

    (d) 5

    <u>Solución</u>

    En 87 979 981 debe de quitarse el uno, de esta manera queda 8 797 998.

    Ahora, en 8 797 998 debe quitarse los dos nueves que se encuentran a la derecha.

    De esta manera queda 87 978, el cual es un nÃžmero *palíndromo*.

    Finalmente, se eliminaron 1, 9, 9. Se eliminaron 3 dÃŋgitos. La respuesta correcta es la opciÃşn (b).

    Otra forma...

    En 87 979 981 debe eliminarse el uno, de esta manera queda 8 797 998.

    Seguidamente, se eliminan los dos sietes.

    Nuevamente, se han eliminado tres dÃŋgitos: 1, 7, 7; quedando 89 998.

    Otra forma...

    En 87 979 981 debe eliminarse el uno, de esta manera queda 8 797 998.

    Seguidamente, se eliminarÃą el siete que se encuentra a la izquierda y uno de los nueves que se encuentra a la derecha.

    De esta manera quedarÃą 89 798, como resultado de eliminar 3 dÃŋgitos: 1, 7, 9.