Teoría de Números

1. Hallar el menor número natural que es suma de 10 naturales consecutivos, de 11 naturales consecutivos y de 13 naturales consecutivos.

2. Considere 5 números enteros positivos. Determine si es posible escoger 3 de ellos cuya suma sea múltiplo de 3.

3. Un número de cuatro dígitos $1ab6$ es un cuadrado perfecto cuya raíz cuadrada es divisible por 3. Determine los digitos a y b.

4. Encuentre todos los números enteros positivos de 4 dígitos tal que al eliminar cualquiera de sus dígitos el número de 3 dígitos que se obtiene divide al número original.

5. Determine la suma de los dígitos del menor entero positivo d, tal que la suma $5d+4d+3d+2d+d$ sea un número mayor que 1000 y dicha suma posee todas sus cifras iguales.

6. Determinar todos los valores de los números primos p y q mayores que 8, con $p > q$ tales que $\dfrac{2016}{p+q}$ es un cuadrado perfecto mayor o igual que 25.

7. Determine el número de maneras que se pueden escoger cuatro enteros positivos a, b, c y d, con $a < b$, $b < c$ y $c < d$, de manera que
$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=2$$

8. Determine todos los números n de la forma $n = abcabc$, con a, b y c dígitos distintos, tales que n sea divisible por todos los números naturales desde 1 hasta 15.

9. Sea n un entero positivo y sea d_n el dígito de las unidades del número $1+2+3+\cdots+n$. Determine el residuo al dividir el número
$$d_1 + d_2 + d_3 + \cdots + d_{2017}$$
por 100.

10. Determine todos los números enteros de tres dígitos con exactamente 16 divisores positivos.