OLIMPIADAS COSTARRICENSES DE MATEMÁTICA
CAPACITACIÓN II ELIMINATORIA 2019
I NIVEL. TEMA: Geometría
DÍA 1. Sesión de la mañana

Enunciados de los problemas

Selección única

1. (IIE, IN, 2015) Considere la figura sólida que se obtiene al construir una pirámide sobre la cara superior de un cubo, de forma que la base de la pirámide es la cara del cubo. Al sumar el número de caras, aristas y vértices que tiene en total esta figura se obtiene

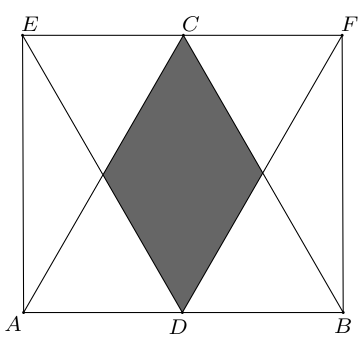
   (a) 30
   (b) 33
   (c) 34
   (d) 35

2. (IIE, IN, 2015) Sea $\square ABCD$ un cuadrado y E un punto en $\overline{CD}$ tal que $m\angle CBE = 18°$. Si se traza una recta perpendicular a $\overleftrightarrow{BE}$ por D y llamamos F al punto de intersección de esta recta con $\overleftrightarrow{BE}$, entonces la medida de $\angle EDF$ es

   (a) $18°$
   (b) $27°$
   (c) $45°$
   (d) $72°$

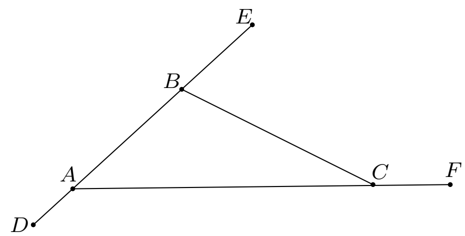
3. (IIE, IN, 2017) En la figura adjunta los triángulos $\triangle ABC$ y $\triangle DEF$ son equiláteros, $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$, C es el punto medio de $\overline{EF}$ y D es el punto medio de $\overline{AB}$. La razón entre el área de la región sombreada y el área del $\square AEFB$ es

   (a) $\frac{1}{5}$
   (b) $\frac{1}{4}$
   (c) $\frac{1}{3}$
   (d) $\frac{2}{5}$



4. (IIE, IN, 2016) En la figura adjunta se tiene que $m\angle EBC$ es $20°$ menor que $m\angle DAC$. Si $m\angle BCF = 120°$, entonces $m\angle BAC$ es

   (a) $50°$
   (b) $60°$
   (c) $70°$
   (d) $80°$



5. (IIE, IN, 2016) En un cuadrado $ABCD$, E es un punto en $\overline{BC}$, tal que $m\angle BAE$ es la mitad de $m\angle DAE$. Si F es el punto de intersección de $\overline{AE}$ con $\overline{DB}$ y G es el pie de la perpendicular a $\overline{DC}$ desde F, entonces la medida de $\angle GFE$ es

   (a) $40°$
   (b) $45°$
   (c) $60°$
   (d) $70°$

6. (IIE, IN, 2016) Considere un $\triangle ABC$ isósceles con $AB = BC$, donde E es un punto en $\overline{AB}$ y D un punto en $\overline{BC}$, tales que $\overline{ED} \perp \overline{BC}$. Si $AE = DE$, entonces $m\angle DAC$ es

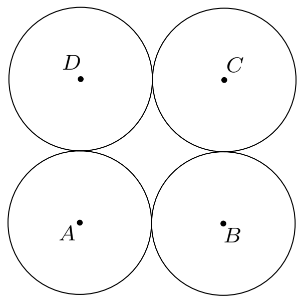
   (a) 30^o
   (b) 45^o
   (c) 60^o
   (d) 75^o

7. (IIE, IN, 2016) Sean $\square ABCD$ un cuadrado, E y F puntos en $\overline{AB}$, tales que $AE = EF = FB$. La razón entre el área de $\square ABCD$ y el área de $\square EDCF$ es

   (a) $\dfrac{4}{3}$
   (b) $\dfrac{3}{2}$
   (c) 2
   (d) $\dfrac{5}{2}$

8. (IIE, IN, 2017) En la figura adjunta se muestran cuatro círculos tangentes de igual radio y de centros A, B, C y D, respectivamente (el único punto que comparten las circunferencias de centros D y C, por ejemplo, es el punto medio de $\overline{DC}$). Si la medida del radio de cada círculo es 6 cm, entonces el área en cm^2 del $\square ABCD$ es

   (a) 24
   (b) 36
   (c) 48
   (d) 144



9. (IIE, IN, 2015) Sea $\triangle ABC$ recto en B. Si D es un punto en $\overline{AB}$ tal que $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{1}{2}$, E es un punto en $\overline{BC}$ tal que $\dfrac{BE}{EC} = \dfrac{2}{3}$ y F es el punto medio de $\overline{AC}$, entonces $\dfrac{(BDFE)}{(ABC)}$ es

   (a) $\dfrac{2}{3}$
   (b) $\dfrac{3}{5}$
   (c) $\dfrac{4}{15}$
   (d) $\dfrac{8}{15}$

10. (IIE, IN, 2017)Considere un cuadrado $\square ABCD$ y un triángulo equilátero $\triangle BEC$. Este triángulo se divide en cuatro triángulos equiláteros y uno de estos se divide de nuevo en cuatro triángulos equiláteros más. Si el área de uno de los triángulos equiláteros resultantes de la última división es $x^2\sqrt{3}$, entonces el perímetro del polígono de vértices A, B, E, C y D es

    (a) $8x$
    (b) $20x$
    (c) $24x$
    (d) $40x$

11. (IIE, IN, 2016) Sea el $\triangle ABC$, tal que $m\angle CAB = 84°$ y $AB = AC$. Si los puntos D, E y F están sobre los lados $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ y $\overline{AB}$, respectivamente, tales que $CE = CD$ y $BF = BD$, entonces $m\angle EDF$ es

    (a) 48°

    (b) 66°

    (c) 84°

    (d) 98°

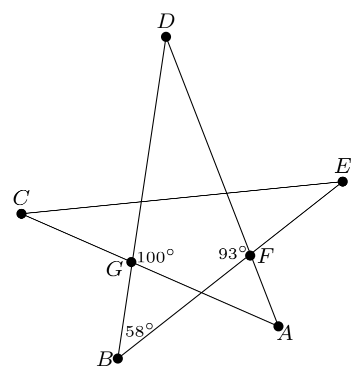
12. (IIE, IN, 2017) La figura adjunta muestra una estrella en forma de pentágono. La medida del $\angle CAD$ es

    (a) 35°

    (b) 42°

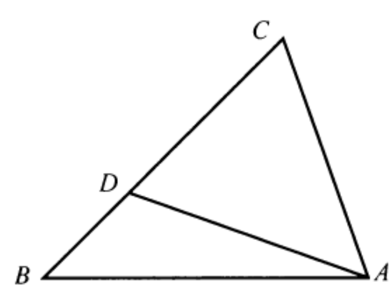
    (c) 51°

    (d) 65°



Desarrollo

1. (IIE, IN, 2015) En el $\triangle ABC$, $m\angle ABC = 45°$. El punto D sobre $\overline{BC}$ es tal que $2 \cdot BD = CD$ y $m\angle DAB = 15°$. Determine la medida de $\angle ACB$.



2. (IIE, IN, 2016) Considere un círculo de centro O. Sean A y B dos puntos sobre la circunferencia, tales que $m\angle AOB = 60°$. Sea M un punto cualquiera sobre la circunferencia (distinto de A y B). Sean P, Q, R y S los puntos medios de $\overline{AO}$, $\overline{AM}$, $\overline{MB}$ y $\overline{OB}$, respectivamente. Determine $m\angle QTR$, donde T es el punto de intersección entre $\overline{PR}$ y $\overline{QS}$.