OLIMPIADAS COSTARRICENSES DE MATEMÁTICA
CAPACITACIÓN II ELIMINATORIA 2019
III NIVEL. TEMA: Geometría
Día 1. Sesión de la tarde

Enunciados de los problemas

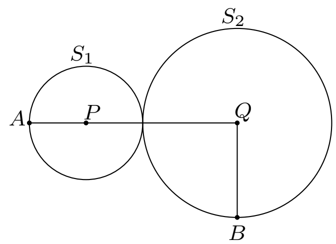
1. (IIE, IIIN, 2015) En la figura P y Q son los centros de las circunferencias tangentes S_1 y S_2, la recta $\overleftrightarrow{PQ}$ corta la circunferencia S_1 en A y el radio $\overline{QB}$ es perpendicular a $\overline{PQ}$. Si la suma de las áreas de los círculos es 10π y el área del $\triangle AQB$ es 8, determine la longitud de $\overline{PB}$.

    (a) $\sqrt{40}$

    (b) $\sqrt{26}$

    (c) 5

    (d) 6



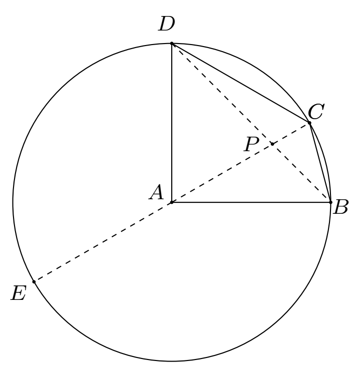
2. (IIE, IIIN, 2016) Considere la figura siguiente en la cual A es el centro de la circunferencia y $\overline{CE}$ es un diámetro. Si $m\widehat{ED}$ y $m\widehat{EB}$ están en la razón $4:5$ y $\angle DAB$ es recto, entonces $m\angle DPA$ es

    (a) $30°$

    (b) $45°$

    (c) $60°$

    (d) $75°$



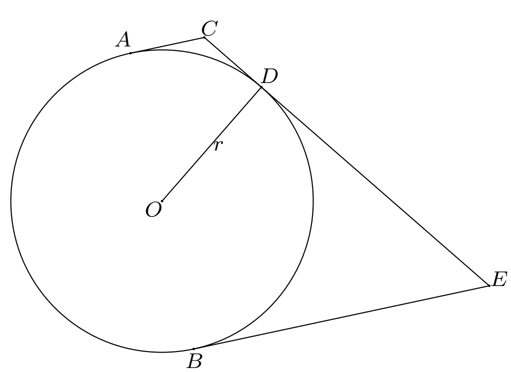
3. (IIE, IIIN, 2016) En la figura adjunta, $\overline{AC}$ y $\overline{BE}$ son paralelas y tangentes a un círculo de radio r, con A y B los puntos de tangencia. Se sabe que $C-D-E$ y que $\overline{CE}$ es otra tangente a la circunferencia con D el punto de tangencia. Si $AC = 2$ y $BE = 8$, entonces el valor de r es

    (a) 3

    (b) 4

    (c) 5

    (d) 6



4. (IIE, IIIN, 2017) Considere el cuadrado $\square ABCD$, con $AB = 8$ cm. Una circunferencia tangente a $\overline{BC}$ contiene a los vértices A y D. La longitud, en centímetros, del radio de la circunferencia es

   (a) 4

   (b) 5

   (c) 6

   (d) $4\sqrt{2}$

5. (IIE, IIIN, 2017) Sea el $\triangle ABC$ un triángulo rectángulo, tal que $m\angle ACB = 90°$, $AC = 3$ y $CB = 4$. Sea O un punto tal que $A - O - B$. Si una circunferencia de centro O es tangente a $\overline{AC}$ en Q y a $\overline{BC}$ en P, entonces OP es

   (a) $\dfrac{12}{7}$

   (b) $\dfrac{7}{12}$

   (c) $\dfrac{9}{7}$

   (d) 6

6. (IIE, IIIN, 2016) Si en un $\triangle ABC$, $m\angle ABC = 2m\angle ACB$, $AC = 2BC$ y $AB = 4$, entonces BC es

   (a) $\dfrac{1+\sqrt{11}}{2}$

   (b) $\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}$

   (c) $\dfrac{1+\sqrt{15}}{2}$

   (d) $\dfrac{1+\sqrt{17}}{2}$

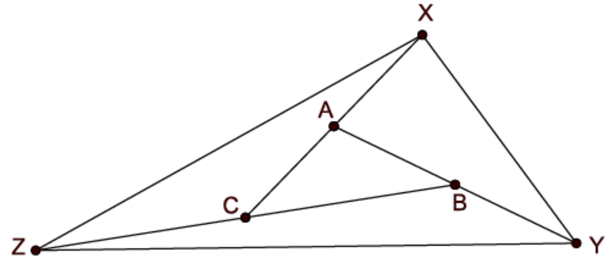
7. (IIE, IIIN, 2017) Los tres lados del $\triangle ABC$ se prolongan una distancia igual a sus respectivas longitudes, tal y como se observa la figura adjunta. Si el área del $\square XCBY$ es 18 cm^2, entonces el área en cm^2 del $\triangle XYZ$ es

   (a) 28

   (b) 30

   (c) 36

   (d) 42



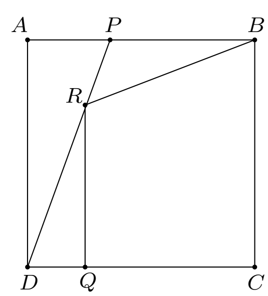
8. (IIE, IIIN, 2015) Dado el cuadrado $\square ABCD$ de lado 2 y una semicircunferencia de diámetro $\overline{AD}$ que está contenida en él. Sea E un punto tal que $A-E-B$ y $\overline{CE}$ es tangente a la semicircunferencia, determine el área del $\triangle CBE$

   (a) 1
   (b) $\frac{3}{2}$
   (c) 2
   (d) $\frac{5}{2}$

9. (IIE, IIIN, 201) La cantidad máxima de valores enteros que puede tomar n para los cuales la ecuación $x^2+nx-n=0$ tenga soluciones enteras es

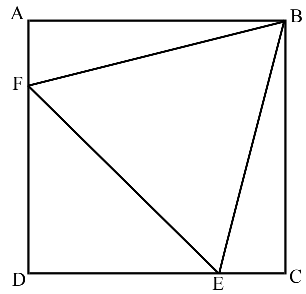
   (a) 1
   (b) 2
   (c) 3
   (d) 4

10. (IIE, IIIN, 2015) Considere la siguiente figura en la cual el $\square ABCD$ es un cuadrado de lado 12. Si $AP=4$, $DQ=3$ y $m\angle RQC=90°$ determine la longitud de $\overline{RB}$.



   (a) $4\sqrt{3}$
   (b) $3\sqrt{10}$
   (c) 9
   (d) $6\sqrt{3}$

11. (IIE, IIIN, 2015) En la figura adjunta $\square ABCD$ es un cuadrado y ΔBEF es un triángulo equilátero. Si el área del $\square ABCD$ es un metro cuadrado, determine el área del ΔBEF



12. (IIE, IIIN, 2017) Considere el $\triangle ABC$, con $BC = 1$, $m\angle ABC = 60°$ y el radio del circuncírculo es $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Si D es otro punto en el circuncírculo del $\triangle ABC$, tal que $\overline{DC}$ pasa por el punto medio de $\overline{AB}$, determine DB.