OLIMPIADAS COSTARRICENSES DE MATEMÁTICA
CAPACITACIÓN PARA II ELIMINATORIA 2019
III NIVEL. TEMA: Razonamiento Lógico
DÍA 2. Sesión de la tarde

Enunciados de los problemas

Selección única

1. (IIE, IIIN, 2013) Si en una tómbola se depositan todos los números naturales de tres dígitos. La probabilidad de sacar un número al azar cuyos tres dígitos sean pares y diferentes corresponde a

   (a) $\frac{1}{20}$
   (b) $\frac{4}{75}$
   (c) $\frac{3}{50}$
   (d) $\frac{2}{25}$

2. (IIE, IIIN, 2014) La cantidad de kilos de café con valor de 5600/kg que hay que mezclar con 77 kg de otro café de menor calidad, a 4200/kg, para que la mezcla tenga un valor de 4522/kg es

   (a) 23
   (b) 57
   (c) 65
   (d) 93

3. (IIE, IIIN, 2013) En un avión que volvía de las Olimpiadas Centroamericanas de Matemática, iban cinco "matletas" que ocuparon los cinco primeros puestos en esa competencia. Al preguntarles los periodistas por sus resultados, hicieron las siguientes declaraciones:

   Allan: No fui el último.
   Kenia: Carlos fue tercero.
   Carlos: Allan obtuvo menos puntaje que Evelyn.
   Rodolfo: Evelyn fue segunda.
   Evelyn: Rodolfo no fue el primero

   Por modestia, los dos que obtuvieron mayor puntaje mintieron. Los otros tres dijeron la verdad. Entonces los "matletas" que mintieron se llaman:

   (a) Kenia y Rodolfo
   (b) Evelyn y Carlos
   (c) Allan y Rodolfo
   (d) Evelyn y Allan

4. (IIE, IIIN, 2015) Hay cinco cajas, A, B, C, D, E, y Henry tiene 1000 cartas, cada una con un único y diferente número del uno al mil, ambos inclusive. Echa las cartas, una por una, en las cajas de la siguiente forma: echa la 1 en la A, la 2 en la B, y así hasta la 5 en la E, se salta la A, y echa la 6 en la B, la 7 en la C, y así hasta la 10 en la A, se salta la B. Si continúa de la misma forma hasta acabar las 1000 cartas, la carta 763 va en la caja

   (a) B
   (b) C
   (c) D
   (d) E

5. (IIE, IIIN, 2015) En cierto colegio los estudiantes de décimo año pueden optar por cursar como ciencia natural entre biología o química. En uno de los grupos de décimo, 80 % de los estudiantes estudia biología y el resto química; 40 % de los que estudian biología son hombres y, de los que estudian química, 35 % son mujeres. Si se selecciona al azar un estudiante de este grupo de décimo año, la probabilidad de que sea mujer es

   a) 0,39
   b) 0,45
   c) 0,55
   d) 0,61

6. (IIE, IIIN, 2016) Sara, Sofía, Nicole y Jesenia nacieron en los meses de enero, marzo, agosto y diciembre del mismo año aunque no necesariamente en ese orden. Al preguntarles por el mes en que nacieron Sara dice que en enero, Sofía indica que nació en marzo, Nicole responde que Jesenia no nació en agosto y Jesenia contesta que Sofía nació en diciembre. Si solo una de ellas miente, entonces con certeza se cumple que

   (a) Sofía nació en enero
   (b) Jesenia nació en diciembre
   (c) Nicole nació en agosto
   (d) Sara nació en marzo

7. (IIE, IIIN, 2016) Una urna contiene 10 bolas iguales, excepto por las letras que tienen escritas. Dos de ellas tienen la letra O, dos la A, dos la L, dos la M y dos la C. Si se extraen de forma consecutiva seis bolas de la urna, entonces la probabilidad de que la primera bola contenga la letra O, la segunda la letra L, y así sucesivamente hasta formar la palabra OLCOMA, es

   (a) $\dfrac{1}{4725}$
   (b) $\dfrac{1}{15\,625}$
   (c) $\dfrac{1}{31\,250}$
   (d) $\dfrac{1}{1\,000\,000}$

8. (IIE, IIIN, 2017) En cada casilla de una cuadrícula de 2×2 se desea escribir los números 1, -1 o 0 de manera que ninguna fila o columna sume cero. La cantidad máxima de maneras en que es posible escribir estos números es

   (a) 9

   (b) 12

   (c) 18

   (d) 36

9. (IIE, IIIN, 2017) Considere los números $p = n\left(n^2 - 1\right)$ con n entero y $1 \leq n \leq 2017$. La cantidad de números p que terminan en 0 es

   (a) 1209

   (b) 1210

   (c) 1211

   (d) 1212

10. (IIE, IIIN, 2017) En una casa donde cuidan gatos hay camas para gatos y el cuidador observó que:

    - En cada cama que hay en la casa han dormido seis gatos.
    - Cada gato usó exactamente tres camas distintas.
    - Por cada posible trío de camas hubo exactamente uno y solo un gato que usó las tres camas.

    Se puede afirmar que el total de gatos en la casa es

    (a) 10

    (b) 15

    (c) 18

    (d) 21

11. (IIE, IIIN, 2018) Se lanza una moneda al aire en 10 oportunidades. La probabilidad de que caigan exactamente tres escudos es

    (a) $\dfrac{15}{128}$

    (b) $\dfrac{15}{64}$

    (c) $\dfrac{1}{32}$

    (d) $\dfrac{1}{10}$

12. (IIE, IIIN, 2018) Se construye una secuencia a_n de números como sigue:

    - Se empieza con $a_1 = 123$.
    - a_2 se forma escribiendo 123 entre todos los dígitos de a_1, por lo que $a_2 = \mathbf{1}\ 123\ \mathbf{2}\ 123\ \mathbf{3}$.
    - Para a_3 se inserta como antes 123 entre todos los dígitos de a_2; así:

    $$a_3 = \mathbf{1}\ 123\ \mathbf{1}\ 123\ \mathbf{2}\ 123\ \mathbf{3}\ 123\ \mathbf{2}\ 123\ \mathbf{1}\ 123\ \mathbf{2}\ 123\ \mathbf{3}\ 123\ \mathbf{3}$$

    - Se continúa de la misma forma en cada paso siguiente para obtener cada término a_n que se desee.

    La cantidad de dígitos que tendrá a_{2018} corresponde a

    (a) $2^{2018} + 1$
    (b) $2^{2019} + 1$
    (c) $2^{4035} + 1$
    (d) $2^{4037} + 1$

13. (IIE, IIIN, 2018) Rolando tiene en su alcancía un total de 2018 monedas de todas las denominaciones (500, 100, 50, 25, 10 y 5 colones, respectivamente). La cantidad de monedas de una denominación menor es mayor que la cantidad de monedas de una denominación mayor, en todos los casos. La cantidad máxima de dinero, en colones, que puede tener Rolando corresponde a

    (a) 230 350

    (b) 230 300

    (c) 203 050

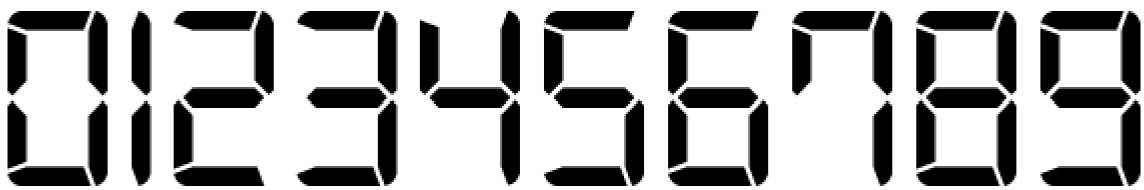
    (d) 230 350

Desarrollo

1. (IIE, IIIN, 2015) Rolando dibuja una serie de 2015 figuras con el siguiente orden:

Si selecciona al azar una figura que está en una posición múltiplo de 5, determine la probabilidad de que esta figura sea un pentágono.

2. (IIE, IIIN, 2016) Un automóvil tiene un precio A en dólares, donde A es un entero de cuatro dígitos, escrito con números como los siguientes



Mientras el vendedor se distrae, el comprador gira el rótulo del precio 180° a favor de las manecillas del reloj, y el precio resultante es 1626 dólares menos que el precio original. Determine el valor original del carro.

3. (IIE, IIIN, 2017) En un torneo de fútbol durante la copa Europa–América, hubo nueve equipos más de Europa que de América. Cada pareja de equipos jugó exactamente una vez y, en total, los equipos europeos ganaron nueve veces tantos partidos como los ganados por los equipos americanos. Si no hubiera empates y el número de partidos ganados por los equipos americanos a los equipos europeos es seis, determine la cantidad de equipos americanos que participaron en dicha copa intercontinental.