OLIMPIADAS COSTARRICENSES DE MATEMÁTICA
CAPACITACIÓN PARA II ELIMINATORIA 2019
III NIVEL. TEMA: Teoría de Números
DÍA 2. Sesión de la mañana

Enunciados de los problemas

Selección única

1. (IIE, IIIN, 2013) La cantidad de primos p tales que $9p+1$ es un cubo perfecto corresponde a

   (a) 0
   (b) 1
   (c) 2
   (d) 3

2. (IIE, IIIN, 2014) La cantidad de divisores del número 2014^2014 es

   (a) 2015
   (b) 2015^2
   (c) 2015^3
   (d) 2015^4

3. (IIE, IIIN, 2015) Sean a y b dos enteros positivos coprimos, es decir, el mx́imo común divisor entre ellos es 1. Si a tiene exactamente 4 divisores positivos, y b tiene exactamente 4 divisores positivos, entonces el máximo número de divisores positivos que tiene ab es

   (a) 1
   (b) 4
   (c) 8
   (d) 16

4. (IIE, IIIN, 2015) Sean a y b dos enteros positivos. Si sabemos que son coprimos (el máximo común divisor entre ellos es 1), entonces el máximo valor que puede tener el máximo común divisor de $(a+b)$ y $(a-b)$ es

   (a) 1
   (b) 2
   (c) 4
   (d) 8

5. (IIE, IIIN, 2015) Si un número entero positivo n tiene exactamente 16 divisores positivos, entonces el producto de esos 16 divisores es

   (a) n^{16}
   (b) n^8
   (c) n^4
   (d) n^2

6. (IIE, IIIN, 2016) La cantidad de divisores positivos que tiene el número 100 000 que no son múltiplos de 1000 es

   (a) 9
   (b) 20
   (c) 27
   (d) 36

7. (IIE, IIIN, 2018) Si a, b y c son números enteros positivos, tales que $ab-1$ es par, entonces con certeza $7^{b+c}a+(b-3)^2\,c$ es

   (a) par
   (b) impar
   (c) par únicamente si c es impar
   (d) impar únicamente si c es par

8. (IIE, IIIN, 2018) Sea N el menor entero positivo con exactamente 11 divisores primos positivos. Al dividir N entre 11 el residuo corresponde a

   (a) 0
   (b) 1
   (c) 3
   (d) 5

Desarrollo

1. (IIE, IIIN, 2015) Determine todos los cuadrados perfectos de cuatro cifras de la forma $NNMM$

2. (IIE, IIIN, 2016) Determine la cantidad de divisores no negativos y cuadrados perfectos que tiene el número 1952^{2016}.

3. (IIE, IIIN, 2018) Determine el número natural N más grande, en el que todos sus dígitos son distintos, tal que N es múltiplo de 8, 11 y 15 de manera simultánea.