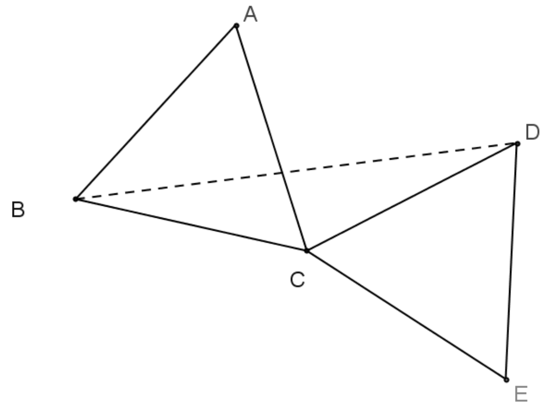
XXIV OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICA

MEP – ITCR – UCR – UNA – UNED - MICIT

PRIMERA ELIMINATORIA NACIONAL



NIVEL A

2012

Estimado (a) estudiante:

La Comisión de las Olimpiadas Costarricenses de Matemática 2012 le saluda y le da la más cordial bienvenida a la Primera Eliminatoria Nacional de estas justas académicas y le desea mucho éxito.

INSTRUCCIONES GENERALES

- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la hoja de respuestas que se le ha entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no están hechos a escala.
- El formulario de preguntas es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- No se permite el uso de hojas adicionales.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- La prueba consta de un total de 25 preguntas de selección única, todas con el mismo valor.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en la hoja de respuestas.

SIMBOLOGÍA

$\overline{AB}$	Segmento de extremos A y B.	$\angle ABC \cong \angle DEF$	Congruencia de ángulos
AB	Distancia entre los puntos A y B.	$\Delta ABC \cong \Delta DEF$	Congruencia de triángulos
$\overrightarrow{AB}$	Rayo de origen A que contiene a B	$\Delta ABC \sim \Delta DEF$	Semejanza de triángulos
$\angle ABC$	Ángulo de origen B y lados $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$	$\overline{BC} \cong \overline{EF}$	Congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	Medida del $\angle ABC$	$\overset{\frown}{AB}$	Arco de extremos A y B
ΔABC	Triángulo de vértices A, B y C.	$m\overset{\frown}{AB}$	Medida del $\overset{\frown}{AB}$
$\square ABCD$	Cuadrilátero de vértices A, B, C y D.	a/b	El número entero a divide al número b.
$\parallel$	Paralelismo	(ABC)	Área del ΔABC
$\perp$	Perpendicularidad	$A-B-C$	B es un punto entre A y C.

1. El resultado de la operación $\left[\left(\frac{7}{12}+\frac{3}{16}\right)-\left(\frac{9}{32}-\frac{7}{40}\right)\right]\div\left(1-\frac{13}{16}\right)$ es

   a) $\frac{319}{30}$

   b) $\frac{319}{90}$

   c) $\frac{421}{90}$

   d) $\frac{421}{30}$

2. Si $a=2$ y $b=3$, la expresión $\dfrac{\frac{a}{b}+\frac{b}{a}}{\frac{b}{a}+\frac{1}{ab}}-1$ es equivalente a

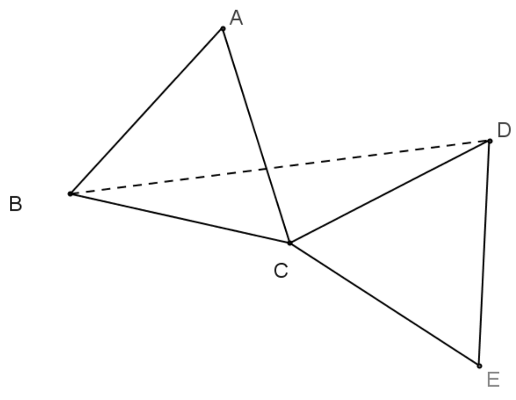
   a) $\frac{23}{10}$

   b) $\frac{1}{2}$

   c) $\frac{3}{10}$

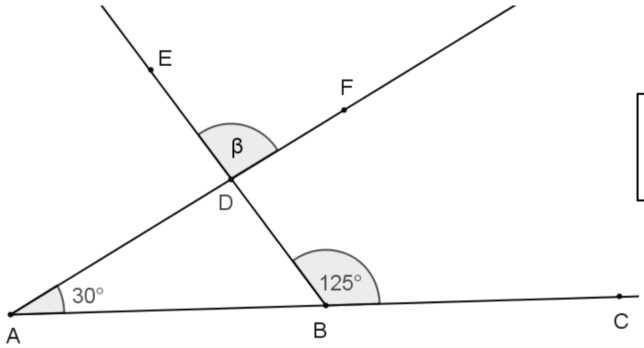
   d) $-\frac{3}{2}$

3. En la figura, ΔABC y ΔCDE son equiláteros con AC = CD. Si el ángulo $\angle ACD$ mide 80°, entonces la medida del ángulo $\angle ABD$ es



   a) 30°
   b) 35°
   c) 40°
   d) 45°

4. En la siguiente figura, la medida del ángulo β corresponde a



A – B – C
B – D – E
A – D – F

a) 75°
b) 85°
c) 95°
d) 125°

5. Una caja tiene 18 bolas, 8 son rojas y las otras verdes. Si se saca una bola al azar, la probabilidad de que esa bola sea verde es

a) $\frac{4}{9}$

b) $\frac{5}{9}$

c) $\frac{9}{4}$

d) $\frac{9}{5}$

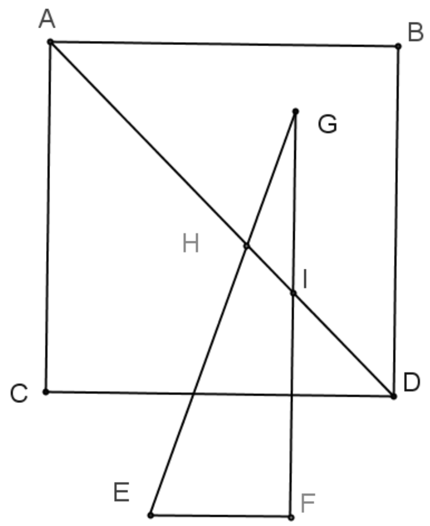
6. Una persona corrió 5 km, 2 dam, 6 hm en una hora. Si mantiene la misma rapidez, la cantidad de metros que corre en 5 horas es

a) 5260
b) 5620
c) 26300
d) 28100

7. Los asientos de un carrusel están numerados con 1, 2, 3, y así sucesivamente de forma consecutiva y circular. Un niño está sentado en el número 11 y otro está sentado en el número 4, que está diametralmente opuesto. Entonces, la cantidad de asientos que tiene el carrusel es

   a) 13
   b) 14
   c) 16
   d) 17

8. En la figura el $\square ABDC$ es un cuadrado, además $\overline{GF} \parallel \overline{BD}$, $\overline{EF} \parallel \overline{BA}$ y $m\angle GEF = 60^\circ$. La medida del $\angle GHA$ es



   a) 90°
   b) 75°
   c) 65°
   d) 35°

9. Analice las siguientes proposiciones:

   I. Si un número natural es un cuadrado perfecto entonces tiene exactamente 3 divisores.
   II. Si un número natural tiene exactamente tres divisores positivos entonces es un cuadrado perfecto.

   De ellas son verdaderas:

   a) Solamente I
   b) Solamente II
   c) I y II
   d) Ninguna

10. Considere los semiplanos E_1 y E_2 en los que la recta l separa al plano E. Si la recta l_1 es una recta paralela a l que está contenida en E_1 y l_2 es una recta que interseca a l pero no a l_1, entonces se puede asegurar con certeza que

a) l_2 es paralela a l_1
b) l_2 es perpendicular a l
c) l_2 está contenida en E_2
d) l_2 no está contenida en E

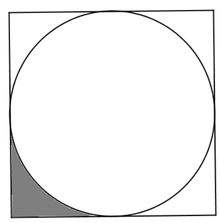
11. Considere un triángulo isósceles, tal que dos de sus ángulos internos están en relación 1:4, entonces se puede asegurar que dicho triángulo podría ser

a) solamente acutángulo
b) solamente rectángulo
c) solamente obtusángulo
d) obtusángulo o acutángulo

12. Si el sucesor del producto de dos números primos es un número primo entonces se puede asegurar con certeza que la suma de esos dos números primos es un número

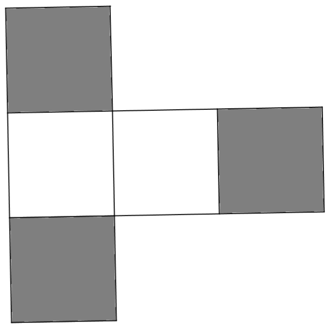
a) par
b) primo
c) impar
d) compuesto

13. En la figura se muestra un círculo inscrito en un cuadrado cuyo perímetro es 32 cm. El área, en centímetros cuadrados, de la región sombreada con gris corresponde a



a) 12π
b) $16 - 4\pi$
c) $64 - 4\pi$
d) $4\pi - 8$

14. En la figura adjunta se muestra un *pentaminó*, que es una figura compuesta por 5 cuadrados congruentes en donde cada uno tiene al menos un lado en común con otro cuadrado. Si el perímetro de la figura es de 60cm, entonces el área de la región sombreada con gris, en centímetros cuadrados, corresponde a



a) 25
b) 27
c) 36
d) 75

15. La cantidad de triángulos isósceles distintos de perímetro 25 cm y lados de longitudes enteras que pueden formarse es

a) 5
b) 6
c) 7
d) 12

16. Si las medidas de los ángulos externos de un triángulo corresponden a α, β y θ y se cumple que $\theta = \frac{\alpha}{10} + \frac{\beta}{10} - 3$, entonces se puede afirmar con certeza que el triángulo es

a) acutángulo
b) rectángulo
c) obtusángulo
d) equiángulo

17. Si 12 trabajadores construyen un muro en 8 días, con una jornada de 8 horas diarias, entonces la cantidad de trabajadores que se ocupan para construir un muro igual al anterior en 4 días con jornadas de 6 horas diarias corresponde a

a) 24
b) 32
c) 36
d) 40

18. La cantidad de números naturales menores que 1000 que tienen al 1 y al 5 como dígitos es

a) 18
b) 20
c) 38
d) 54

19. Si un número a divide a $b \cdot c$ y el máximo común divisor de a y b es 1, entonces con certeza se puede asegurar que

a) a divide a b
b) a no divide a b
c) a divide a c
d) a no divide a c

20. La cantidad de números de la forma XYZ tales que el máximo común divisor entre sus dígitos X y Z es 2, y el máximo común divisor entre sus dígitos Y y Z es 3, corresponde a

a) 3
b) 4
c) 5
d) 6

21. ¿Cuántos números pares de tres cifras al ser divididos por 5, por 7 y por 3 dejan residuo 1?

a) 5
b) 4
c) 3
d) 2

22. Si al inicio del curso lectivo 2012, un profesor de matemática le dice a los estudiantes que el único divisor compuesto del número correspondiente a su edad es él mismo, y que la edad que tendrá al finalizar el año será un cuadrado perfecto. ¿En qué año nació el profesor?

a) 1976
b) 1977
c) 1987
d) 1988

23. Si cada vocal representa un dígito impar, de modo tal que $a = e + i + o$ y $o > i$. Entonces el mayor número de dos dígitos diferentes es

a) $10 \cdot a + u + 1$
b) $10 \cdot u + a + 1$
c) $10 \cdot a + o + 1$
d) $10 \cdot u + o + 1$

24. La cantidad de números primos menores que 100 tales que el mínimo común múltiplo de sus dígitos sea 6 corresponde a

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

25. Doña Flor, que es la dependiente de la soda de un colegio, tarda 8 minutos en servir ensalada de frutas para toda una sección, y los estudiantes tardan 14 minutos en comérsela. Todas las secciones del colegio tienen igual número de estudiantes y pasan a la soda de una en una, en forma consecutiva. Si doña Flor tiene lista las ensaladas de una sección completa y una sección se encuentra en la soda en ese momento, ¿cuánto tiempo debe transcurrir para que suceda nuevamente que doña Flor termine de alistar las ensaladas en el mismo momento en que llega una nueva sección a la soda?

a) 0,75 horas
b) $0,9\overline{3}$ horas
c) 1,00 hora
d) $1,0\overline{6}$ horas