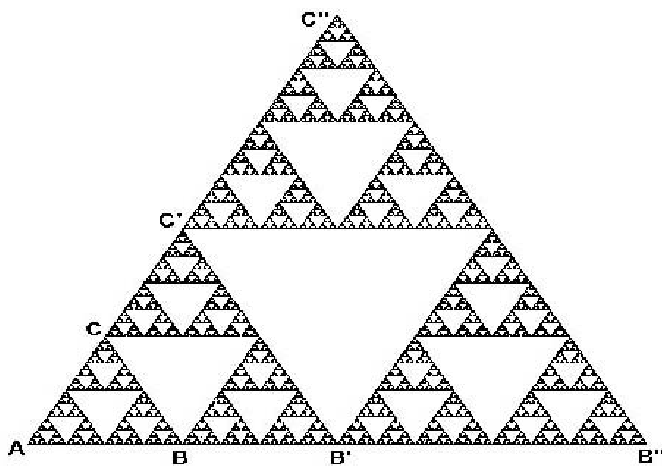
XXVII OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICA

UNA - UCR - TEC - UNED - MEP - MICIT

PRIMERA ELIMINATORIA NACIONAL



I Nivel

(7°)

2015

Estimado estudiante:

La Comisión de las Olimpiadas Costarricenses de Matemática 2015 le saluda y le da la más cordial bienvenida a la Primera Eliminatoria Nacional de estas justas académicas y le desea los mayores éxitos.
La prueba consta de un total de 25 preguntas de selección única.

Puede consultar la lista de estudiantes clasificados a partir del viernes 3 de julio, en la siguiente dirección electrónica:

www.olcoma.com

INDICACIONES GENERALES

- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la hoja de respuestas que se le ha entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no están hechos a escala.
- El formulario de preguntas es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- No se permite el uso de hojas adicionales.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en la hoja de respuestas.

SIMBOLOGÍA

$\overline{AB}$	segmento de extremos A yB	$\angle ABC \approx \angle DEF$	congruencia de ángulos
AB	medida del segmento $\overline{AB}$	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
$\overrightarrow{AB}$	rayo de extremo A y que contiene a B	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia respectiva entre puntos
$\overleftrightarrow{AB}$	recta que contiene los puntos A y B	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\angle ABC$	ángulo de rayos $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	medida del ángulo ABC	$\widehat{AB}$	arco de extremos A y B
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A, B, C	$m\widehat{AB}$	medida del arco $\widehat{AB}$
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices A, B, C, D	(ABC)	área del triángulo ABC
$\parallel$	paralelismo	$(ABCD)$	área del cuadrilátero $ABCD$
$\perp$	perpendicularidad	$P-Q-R$	P, Q, R puntos colineales, con Q entre los puntos P y R

1. Cinco extranjeros están colocados en fila. El mexicano está después del italiano. El argentino está antes del mexicano y justo después del jamaiquino. El jamaiquino no es el primero de la fila y está antes del italiano. Entonces, el costarricense está justo antes del

   (a) Mexicano

   (b) Italiano

   (c) Argentino

   (d) Jamaiquino

2. Del conjunto $\{15, 16, 17, \cdots, 99, 100\}$ se extrae un número al azar. Entonces la probabilidad de que el número seleccionado tenga alguno de sus dígitos igual a 6 corresponde a

   (a) $\dfrac{5}{43}$

   (b) $\dfrac{9}{43}$

   (c) $\dfrac{9}{85}$

   (d) $\dfrac{18}{85}$

3. En una escuela realizarán la final del campeonato de futbol; para ello deciden alquilar una cancha. En esta disponen de dos horarios distintos los lunes y viernes, mientras que los martes, miércoles y viernes disponen de tres horarios en los que se puede realizar el partido. La probabilidad de que el partido se lleve a cabo un miércoles es

   (a) $\dfrac{2}{13}$

   (b) $\dfrac{3}{13}$

   (c) $\dfrac{4}{13}$

   (d) $\dfrac{9}{13}$

4. Tres líneas de autobuses que siguen rutas diferentes pasan por el centro comercial cada 12, 15 y 18 minutos. Si los tres estuvieron a las 2:00 p.m. en el centro comercial, ¿a qué hora se vuelven a encontrar nuevamente?

   (a) 3:00 pm

   (b) 5:00 pm

   (c) 7:00 pm

   (d) 9:00 pm

5. Se quiere cercar un terreno rectangular que mide 28 metros de ancho por 36 de largo. Para ello se colocan postes situados a la misma distancia uno del otro. Si en cada una de las esquinas del terreno se coloca un poste, entonces el número mínimo de postes que se deben colocar es

   (a) 8

   (b) 16

   (c) 32

   (d) 34

6. ¿Cuántos números impares menores a 500 al ser divididos por 3, por 4 y por 5 dejan residuo 1?

   (a) 5

   (b) 8

   (c) 36

   (d) 60

7. Cinco veces el producto de la edad de un padre y su hijo es 2915. ¿Cuántos años es mayor el padre que el hijo?

   (a) 18

   (b) 26

   (c) 42

   (d) 53

8. Considere dos planos paralelos π_1 y π_2. Sean A, B, C, D cuatro puntos distintos en π_1 y E, F dos puntos distintos en π_2. La cantidad mínima de rectas distintas que quedan determinadas por dos de esos seis puntos es

   (a) 2

   (b) 4

   (c) 10

   (d) 12

9. En un cuadrado $ABCD$, E y F son los puntos medios de $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$, respectivamente. Una proposición verdadera es

   (a) $m\angle BAE + m\angle EAF = m\angle BEF$

   (b) $\angle BAF \cong \angle AFD$

   (c) $m\angle EFC > m\angle AFD$

   (d) $\angle EAF \cong \angle AEB$

10. Un reloj de agujas atrasa 10 minutos cada hora, es decir, se coloca en la hora correcta a la una pero al ser las 2:00, marca la 1:50, al ser las 3:00, marca las 2:40. ¿Dentro de cuánto tiempo el reloj volverá a marcar la hora correcta?

   (a) un día

   (b) dos días

   (c) tres días

   (d) cuatro días

11. A una reunión de capacitación a estudiantes llegaron 135, los cuales corresponden al 60 % de los estudiantes que se esperaba que llegaran. De estos que llegaron, el 20 % corresponde a estudinates de zonas alejadas.
Si del total de estudiantes que se esperaban, 54 eran de zonas alejadas, el porcentaje de estos que llegó a la capacitación es

    (a) 20 %

    (b) 50 %

    (c) 30 %

    (d) 25 %

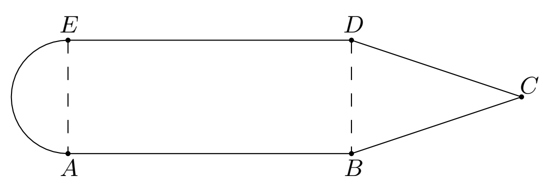
12. En la figura adjunta se presenta un triángulo, un rectángulo y una semicircunferencia. Si $BC = CD = 12cm$, el perímetro del $\triangle BCD$ es 30 cm y el área del $\square ABDE$ es 60 cm^2, entonces el perímetro en centímetros de la figura completa es

    (a) $44 + 2\pi$

    (b) $44 + 6\pi$

    (c) $62 + 3\pi$

    (d) $62 + 4\pi$



13. En el año de 1990 el gobierno de Australia decidió sembrar mil millones de árboles en una década. Si se sembraron esa cantidad de árboles en los diez años, entonces el número aproximado de árboles que se sembraron por segundo es

    (a) $0,3$

    (b) 3

    (c) 30

    (d) 300

14. En un laboratorio clínico han recolectado más de 40 muestras y menos de 50. Se quieren refrigerar en recipientes de modo que en cada uno haya la misma cantidad de muestras y que todos los recipientes queden completos. Cada recipiente debe contener al menos tres muestras. Si solo puede hacerse de tres maneras, la cantidad máxima de recipientes que se necesitan es

    (a) 15

    (b) 16

    (c) 22

    (d) 23

15. En la siguiente secuencia A1G2A1A1G2A1A1G2A1A1G..., la letra o el número que se encuentra en la posición 2015 es

    (a) A

    (b) G

    (c) 1

    (d) 2

16. Si la suma de tres números primos menores que 100 es 118, entonces uno de los números es

    (a) 2

    (b) 31

    (c) 61

    (d) 83

17. Considere que $\square ABCD$ es un trapecio rectángulo con base mayor $\overline{AB}$, recto en B, cuya base menor mide la mitad de la base mayor. Sean P y Q puntos en $\overline{AB}$ tales que $BP = PQ = QA$ y R en $\overline{CD}$. Se puede afirmar que $\dfrac{(ABCD)}{(PQR)}$ es

    (a) $\dfrac{9}{4}$

    (b) $\dfrac{1}{4}$

    (c) $\dfrac{10}{3}$

    (d) $\dfrac{9}{2}$

18. Considere un triángulo rectángulo isósceles $\triangle ABC$ recto en B. Si se toma un punto M en $\overline{AB}$ y puntos P y Q en $\overline{AC}$ de forma que $A - P - Q - C$ y $\triangle MPQ$ es equilátero, entonces $m\angle BMQ$ es

    (a) $75°$

    (b) $90°$

    (c) $105°$

    (d) $120°$

19. Considere un triángulo rectángulo $\triangle ABC$, recto en B. Si P es el punto medio de $\overline{BC}$ y Q es un punto en $\overline{AB}$ tal que $BQ = 2AQ$, entonces $\dfrac{(AQC)}{(PQC)}$ es

    (a) $\dfrac{1}{2}$

    (b) 1

    (c) 2

    (d) $\dfrac{2}{3}$

20. Considere el triángulo rectángulo $\triangle ABC$ recto en A tal que $AB = 2AC$. Si D es un punto en $\overline{BC}$ tal que $DC = 2BD$, entonces el mayor de los siguientes ángulos agudos es

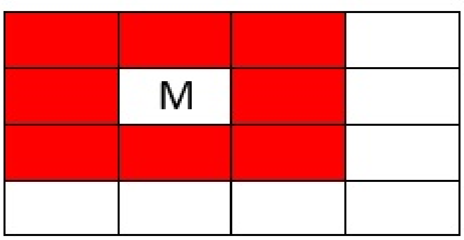
(a) $\angle DAC$

(b) $\angle ACB$

(c) $\angle ADC$

(d) $\angle ABD$

21. En un grupo de 16 estudiantes, los nombres de estos son Juan, María, Laura, Andrea, Javier, Marta, Leonel, Aarón, Jesús, Mónica, Lorna, Alejandra, Josué, Mariam, Luis y Adrián. Se desea sentarlos en cuatro filas y cuatro columnas, de forma que ningún estudiante tenga a su alrededor a alguien con la misma inicial de su nombre. Por ejemplo, si un estudiante cuyo nombre inicia con M se sienta en una posición como en la figura, entonces ningún otro estudiante con la misma inicial se puede sentar en las posiciones sombreadas



Se sabe que 4 alumnos tienen espacio fijo en la primera fila, comenzando de izquierda a derecha con Josué, seguido de María, Lorna y Adrián. Un posible acomodo para la última fila del aula es:

(a) Luis, Mónica, Andrea, Jesús

(b) Luis, Jesús, Aarón, Marta

(c) Juan, Mariam, Laura, Andrea

(d) Leonel, Alejandra, Javier, Mónica

22. Si a y b son los dígitos de las unidades de millar y decenas, respectivamente, ¿cuántos posibles números de la forma $2a9b3$ son divisibles por 11?

    (a) 2

    (b) 4

    (c) 9

    (d) 10

23. La cantidad de números menores que 1000 que son divisibles por 3 o por 7 es

    (a) 47

    (b) 100

    (c) 428

    (d) 475

24. Dado un triángulo isósceles ABC con $\angle ABC \cong \angle ACB$, se tiene un punto D tal que $B - C - D$. Si $m\angle DAC = 2m\angle BAC + m\angle ABC$ entonces $m\angle ACB$ es

    (a) $18°$

    (b) $36°$

    (c) $45°$

    (d) $72°$

25. En el triángulo equilátero $\triangle ABC$, sean M y N los puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ respectivamente. Sea P el pie de la perpendicular sobre $\overline{AC}$ desde M. Si se traza una recta paralela a $\overleftrightarrow{AB}$ por P y llamamos Q al punto de intersección de esta recta con $\overline{MN}$, entonces $m\angle PQN$ es

    (a) $60°$

    (b) $105°$

    (c) $120°$

    (d) $135°$