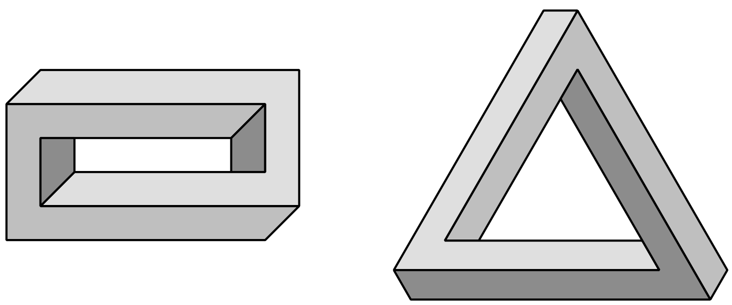
XXIX OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICA

MEP - UNA - UCR - UTN - MICITT - UNED - TEC

PRIMERA ELIMINATORIA NACIONAL



I Nivel

(7°)

2017

Estimado estudiante:

La Comisión de las Olimpiadas Costarricenses de Matemáticas 2017 le saluda y le da la más cordial bienvenida a la Primera Eliminatoria Nacional de estas justas académicas, deseándole los mayores éxitos.
La prueba consta de un total de 25 preguntas de selección única.

Puede consultar la lista de estudiantes clasificados a partir del viernes 30 de junio, en la siguiente dirección electrónica:

www.olcoma.com

INDICACIONES GENERALES

- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la hoja de respuestas que se le ha entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no necesariamente están hechos a escala.
- El formulario de preguntas es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- No se permite el uso de hojas adicionales.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en la hoja de respuestas.

SIMBOLOGÍA

$\overline{AB}$	segmento de extremos A yB	$\angle ABC \approx \angle DEF$	congruencia de ángulos
AB	medida de $\overline{AB}$	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
$\overrightarrow{AB}$	rayo de extremo A y que contiene a B	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia respectiva entre puntos
$\overleftrightarrow{AB}$	recta que contiene los puntos A y B	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\angle ABC$	ángulo de rayos $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	medida de $\angle ABC$	$\widehat{AB}$	arco de extremos A y B
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A, B, C	$m\widehat{AB}$	medida de $\widehat{AB}$
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices A, B, C, D	(ABC)	área de ΔABC
$\parallel$	paralelismo	$(ABCD)$	área de $\square ABCD$
$\perp$	perpendicularidad	$P-Q-R$	P, Q, R puntos colineales, con Q entre los puntos P y R

1. En una ciudad, don César es dueño de cinco residenciales; tiene a cada uno enumerado del uno al cinco. En cada residencial existen 35 apartamentos, enumerados con tres dígitos. El primer dígito indica el número de residencial, los siguientes dos dígitos indican el número de apartamento (del 101 al 135 en el primer residencial, del 201 al 235 en el segundo residencial, y así sucesivamente). Para enumerar todos los apartamentos de los cinco residenciales, la cantidad de veces que se utiliza el número 2 es

   (a) 65

   (b) 70

   (c) 100

   (d) 105

2. Diego y Daniela corren alrededor de una pista con rapidez constante. Diego corre seis vueltas en 14 minutos, mientras que Daniela tres vueltas en ocho minutos. Después de iniciar al mismo tiempo una carrera, cuando ambos llegaron juntos a la meta por primera vez, Diego observó que había pasado una cantidad entera de minutos. El total de vueltas que dieron entre los dos es

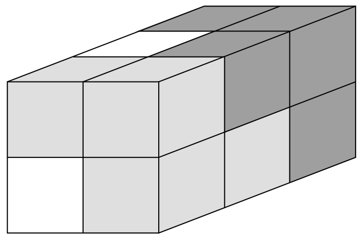
   (a) 24

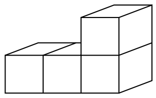
   (b) 45

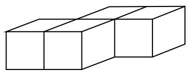
   (c) 56

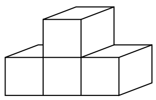
   (d) 64

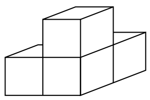
3. El paralelepípedo de la imagen adjunta está hecho de tres piezas. Cada pieza consiste de cuatro cubos del mismo color. La apariencia que tiene la pieza blanca es



(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

4. Considere un $\triangle ABC$ con F un punto en $\overline{AC}$, tal que $\overline{DF} \perp \overline{AC}$ y $A - D - E - B$ con $DE = CE$. Si $m\angle CAB = 30°$ y $m\angle CEA = 70°$, entonces $m\angle FDC$ es

(a) 25°

(b) 55°

(c) 65°

(d) 125°

5. En cierta ciudad, la calle Soledad es paralela a la calle Luciérnaga, la calle Estrella es perpendicular a la calle Pastora, la calle Pastora es paralela a la calle Luciérnaga y la calle Soledad es perpendicular a la calle Gaviota. Si la calle Estrella va de Norte a Sur, con certeza se cumple que

   (a) La calle Gaviota es paralela a la calle Pastora.

   (b) La calle Soledad es perpendicular a la calle Pastora.

   (c) La calle Estrella es perpendicular a la calle Soledad.

   (d) La calle Gaviota va de Este a Oeste.

6. Sean x y y números enteros, tales que al dividir x por y se obtiene el cociente q y el residuo r. El residuo que se obtiene al dividir $x + 2ry$ por y es

   (a) 0

   (b) r

   (c) $2q$

   (d) $2r$

7. Si el perímetro de un triángulo es 50 cm, entonces la medida en centímetros de uno de sus lados puede ser

   (a) 20

   (b) 25

   (c) 30

   (d) 35

8. Ana y Antonio se reparten un terreno que heredaron. Según las condiciones de la herencia, Ana recibe dos quintas partes del terreno y Antonio el resto. Sin embargo, Antonio decide ceder a Ana una cuarta parte de la porción del terreno que él recibiría. La parte del terreno que finalmente recibió Ana es

   (a) $\frac{1}{2}$

   (b) $\frac{7}{10}$

   (c) $\frac{9}{20}$

   (d) $\frac{11}{20}$

9. Un número *palíndromo* es aquel que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. La menor cantidad de dígitos que deben eliminarse en el número 87 979 981 para que sea *palíndromo* es

   (a) 2

   (b) 3

   (c) 4

   (d) 5

10. En la Olimpiada Internacional de Matemática hay 100 estudiantes de varias nacionalidades. Se sabe que 90 de ellos hablan inglés, 76 hablan francés, 78 hablan español y 58 hablan alemán. El mínimo número de estudiantes que se puede asegurar que hablan los cuatro idiomas es

    (a) 2

    (b) 34

    (c) 56

    (d) 98

11. La cantidad de números de tres dígitos en los que el dígito de las centenas es el triple del dígito de las unidades y la suma de sus dígitos es 12 es

    (a) 1
    (b) 2
    (c) 3
    (d) 4

12. El primer dígito (de izquierda a derecha) de un número de cuatro dígitos es la cantidad de ceros que aparecen en él, el segundo dígito es la cantidad de unos, el tercer dígito es la cantidad de dos, y el último es la cantidad de tres. La máxima cantidad de números que cumplen con las condiciones es

    (a) 0
    (b) 1
    (c) 2
    (d) 3

13. Andrea forma dos números con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Ambos números tienen tres dígitos y cada dígito puede ser utilizado una sola vez. Si Andrea suma los dos números, entonces el resultado más grande que Andrea puede obtener es

    (a) 975
    (b) 999
    (c) 1083
    (d) 1173

14. Si en el cuadrilátero $ABCD$ se tiene que $AD = BC$, $m\angle DAC = 50°$, $m\angle DCA = 65°$ y $m\angle ACB = 70°$, entonces $m\angle ABC$ es

   (a) $50°$

   (b) $55°$

   (c) $60°$

   (d) $65°$

15. Hoy es domingo y Karla inicia la lectura de un libro de 290 páginas. Ella lee solo cuatro páginas cada día, excepto los domingos, ya que esos días lee exactamente 25 páginas. La cantidad mínima de días que le tomará a Karla leer el libro completamente es

   (a) 36

   (b) 40

   (c) 41

   (d) 46

16. El perímetro de un $\triangle MNP$ es 12 cm. Si en el triángulo se tiene que $MP = \dfrac{5}{3}MN$ y $MP = \dfrac{5}{4}NP$, entonces la medida en centímetros de $\overline{MN}$ es

   (a) 3

   (b) 4

   (c) 5

   (d) 12

17. En una bolsa hay solo monedas de 25, 50 y 100 colones. Hay 170 monedas en total. Hay al menos una moneda de cada denominación y cantidades diferentes de todas. Además, si se colocan en orden las respectivas cantidades de monedas, la primera divide a la segunda y la segunda a la tercera. La máxima cantidad de dinero, en colones, que puede haber en la bolsa es

    (a) 14 250

    (b) 16 375

    (c) 16 875

    (d) 17 000

18. Se desean repartir 35 libros entre varias personas de manera que no tengan la misma cantidad. La máxima cantidad de personas a las que se les pueden repartir los libros es

    (a) 6

    (b) 7

    (c) 8

    (d) 9

19. Considere el triángulo equilátero $\triangle ABC$. Si M es el punto medio de $\overline{AC}$, Q un punto en $\overline{BM}$, P y R puntos en $\overline{BC}$, tales que $B-P-R-C$ y el $\triangle QPR$ es isósceles y recto en P, entonces $m\angle MQR$ es

    (a) $75°$

    (b) $90°$

    (c) $105°$

    (d) $120°$

20. Sean p y q dígitos. Los posibles valores de p para que el número $pp\,ppq\,qqq$ sea divisible por 45 son

    (a) 5 y 0

    (b) 3 y 7

    (c) 4 y 9

    (d) 5 y 9

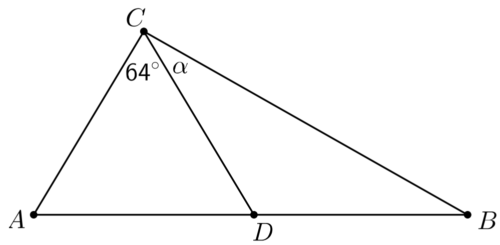
21. En la figura adjunta, se tiene que $AC = CD$, $CD = BD$ y $m\angle ACD = 64°$. La medida del $\angle BCD$ es

    (a) 29°

    (b) 58°

    (c) 64°

    (d) 122°



22. Un prisionero lleva muchos años encerrado, por lo cual el carcelero decide darle una oportunidad de escapar; coloca la llave de la celda en una de cuatro cajas idénticas y le dice al prisionero que si escoge la caja que contiene la llave, queda en libertad. El prisionero (que no sabe en cuál caja está la llave) selecciona una caja al azar. Antes de abrirla, el carcelero (que sí sabe dónde está dicha llave) le abre dos cajas que no tienen la llave y le dice: como puedes observar, ahora hay dos cajas y una de ellas tiene la llave, ¿deseas cambiar la caja que escogiste? Si el prisionero decide cambiar de caja, la probabilidad de escapar es

    (a) $\frac{1}{2}$

    (b) $\frac{1}{3}$

    (c) $\frac{1}{4}$

    (d) $\frac{3}{4}$

23. Un pulpero recibió un encargo de cajas de leche. Se le informó que no son más de 1000 cajas ni menos de 900, y que si se agrupan en grupos de cinco cajas sobran dos, al igual que si se agrupan en grupos de siete cajas; pero si se hace en grupos de dos cajas no sobran y en grupos de tres cajas sobra una. La cantidad de cajas que recibió el pulpero es

    (a) 912

    (b) 946

    (c) 982

    (d) 996

24. Considere el número $n = 4\,489\,613\,5a8$ donde a es un dígito. La cantidad máxima de opciones para las cuales n es múltiplo de 132 es

    (a) 0

    (b) 1

    (c) 2

    (d) 3

25. Un cilindro se puede llenar con una manguera en dos horas y con otra manguera en seis horas. Además, se puede vaciar por medio de un desagüe en una hora y 45 minutos. El encargado del cilindro deseaba llenarlo lo más rápido posible, así que decidió utilizar ambas mangueras a la vez, pero olvidó cerrar el desagüe. El tiempo, en horas, que perdió el encargado por este error es

    (a) 2

    (b) 9

    (c) 5,5

    (d) 10,5