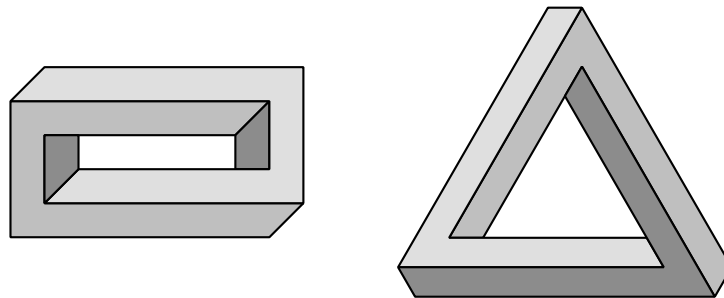


# XXXI OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICAS

*MEP - UNA - UCR - MICITT - UNED - TEC*



## PRIMERA ELIMINATORIA



Nivel I

(7°)

2019



Estimado estudiante:

La Comisión de las Olimpiadas Costarricenses de Matemáticas 2019 le saluda y le da la más cordial bienvenida a la Primera Eliminatoria Nacional de estas justas académicas, deseándole los mayores éxitos.  
La prueba consta de un total de 20 preguntas de selección única.

Puede consultar la lista de estudiantes clasificados a partir del viernes 5 de julio, en la siguiente dirección electrónica:

[www.olcoma.com](http://www.olcoma.com)

### INDICACIONES GENERALES

- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la hoja de respuestas que se le ha entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no necesariamente están hechos a escala.
- El formulario de preguntas es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- No se permite el uso de hojas adicionales.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en la hoja de respuestas.

### SIMBOLOGÍA

$\overline{AB}$	segmento de extremos $A$ y $B$	$\angle ABC \approx \angle DEF$	congruencia de ángulos
$AB$	medida de $\overline{AB}$	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
$\overrightarrow{AB}$	rayo de extremo $A$ y que contiene a $B$	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia respectiva entre puntos
$\overleftrightarrow{AB}$	recta que contiene los puntos $A$ y $B$	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\angle ABC$	ángulo de rayos $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	medida de $\angle ABC$	$\widehat{AB}$	arco de extremos $A$ y $B$
$\triangle ABC$	triángulo de vértices $A, B, C$	$m\widehat{AB}$	medida de $\widehat{AB}$
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices $A, B, C, D$	$(ABC)$	área de $\triangle ABC$
$\parallel$	paralelismo	$(ABCD)$	área de $\square ABCD$
$\perp$	perpendicularidad	$P - Q - R$	$P, Q, R$ puntos colineales, con $Q$ entre los puntos $P$ y $R$

1. Carolina y Alejandro hacen fila para comprar palomitas e ingresar al estreno de su película favorita en el Cine. En determinado momento, Carolina observa que delante de ella hay siete personas y Alejandro sabe que hay 20 personas en total haciendo fila. Si Alejandro está justo delante de Carolina en la fila, la cantidad de personas haciendo fila que están entre Alejandro y el último de la fila es

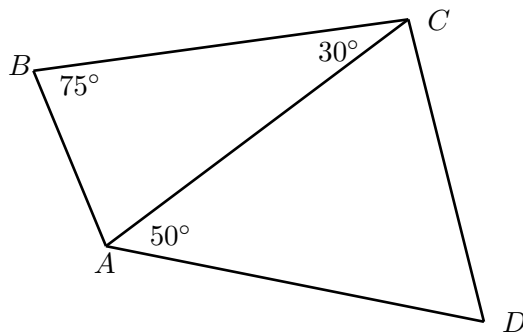
- (a) 10
- (b) 11
- (c) 12
- (d) 13

2. Los cuatro clasificados a la Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe se han comido 11 manzanas en total. Cada uno de ellos se ha comido, al menos, una manzana y ninguno ha comido la misma cantidad de manzanas que otro de ellos. Tres de ellos han comido nueve manzanas en total y uno de estos se ha comido exactamente tres manzanas. La cantidad de manzanas comidas por el Olímpico que más manzanas comió es

- (a) 4
- (b) 5
- (c) 6
- (d) 7

3. En la figura adjunta se tiene el cuadrilátero  $ABCD$ . Si  $BC = AD$ , entonces  $m\angle ADC$  corresponde a

- (a)  $55^\circ$
- (b)  $65^\circ$
- (c)  $70^\circ$
- (d)  $75^\circ$

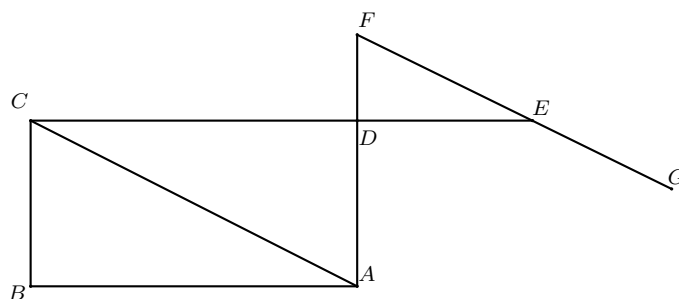


4. Melvin miente los días jueves, viernes y sábado y dice la verdad el resto de los días. Pedro miente los lunes, martes y miércoles, y dice la verdad el resto de los días. Si ambos dicen "mañana es un día en el cual yo miento", entonces el día de la semana que será mañana es

- (a) lunes
- (b) martes
- (c) miércoles
- (d) jueves

5. Considere la figura adjunta en la que  $\square ABCD$  es un rectángulo,  $C - D - E$ ,  $A - D - F$ ,  $F - E - G$  y  $\overline{FG} \parallel \overline{AC}$ . Si  $m\angle ACE = 33^\circ$ , entonces  $m\angle DEG$  es

- (a)  $33^\circ$
- (b)  $57^\circ$
- (c)  $123^\circ$
- (d)  $147^\circ$



6. Cuatro cajas tienen bolas amarillas y blancas, todas las bolas poseen el mismo peso, diámetro y textura. En las opciones se muestran las cantidades respectivas de bolas que hay en cada una de las cuatro cajas. Fabián debe seleccionar una de las cajas para extraer de ella una bola de manera aleatoria. Si desea la mayor probabilidad de que la bola extraída sea amarilla, la caja que debe seleccionar Fabián es la que posee

- (a) 7 bolas amarillas y 4 bolas blancas
- (b) 8 bolas amarillas y 6 bolas blancas
- (c) 9 bolas amarillas y 7 bolas blancas
- (d) 11 bolas amarillas y 9 bolas blancas

7. En la figura adjunta se muestran cuatro tarjetas distintas en uno de sus lados. Cada una de las tarjetas tiene una letra en uno de sus lados y un número del otro lado. Aria dice que para todas las tarjetas se cumple que si por un lado hay una vocal, entonces por el otro lado hay un número par. Sansa no confía en Aria y desea comprobar si Aria tiene razón o no. Sin voltear tarjetas innecesarias para decidir si Aria tiene razón, Sansa debe voltear solo las tarjetas

(a) I y II

(b) I y III

(c) I y IV

(d) II y IV



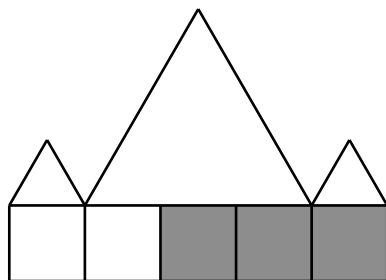
8. La figura adjunta está construida usando cinco cuadrados congruentes como base y tres triángulos equiláteros. Si el perímetro de la figura es 170 cm, entonces el área de la región sombreada, en  $\text{cm}^2$ , es

(a) 30

(b) 75

(c) 300

(d) 375



9. Olcoman, tiene un cupón del 30% de descuento sobre el total a pagar de su compra en la tienda deportiva. Decidió ir a comprar unas tenis para fútbol sala. Al llegar a la tienda encontró que las tenis contaban con un 40% de descuento. El descuento total que obtendría el Olcoman si utiliza el cupón corresponde a

(a) 50%

(b) 58%

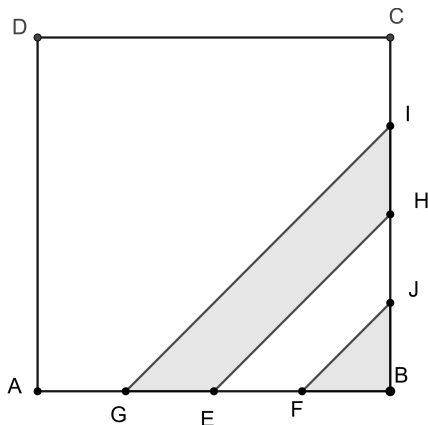
(c) 60%

(d) 70%

**Pregunta fue eliminada porque presentaba un error de redacción. Ya fue corregida**

10. El cuadrado de la figura adjunta es de  $40 \text{ cm}^2$  de área. Los puntos sobre los segmentos  $\overline{AB}$  y  $\overline{CB}$  se distribuyen de forma tal que  $AG = GE = EF = FB = BJ = JH = HI = IC$ . El área, en  $\text{cm}^2$ , de la región sombreada es

- (a)  $\frac{15}{2}$   
 (b)  $\frac{25}{4}$   
 (c)  $\frac{24}{5}$   
 (d) 10



**Pregunta fue eliminada porque presentaba un error en la solución. Ya fue corregida**

11. Si se escoge un número al azar del conjunto  $\{100, 101, 102, \dots, 998, 999\}$ , la probabilidad de que el número seleccionado tenga todos sus dígitos diferentes es

- (a)  $\frac{18}{25}$   
 (b)  $\frac{2}{75}$   
 (c)  $\frac{63}{125}$   
 (d)  $\frac{3}{125}$

12. Varios miembros de la familia González estaban reunidos en una fiesta y se dieron cuenta que la suma de sus edades era exactamente 300. Además, notaron que la última vez que se habían reunido, hace algunos años, sus edades sumaban 278; y que si se volvían a reunir para celebrar los 60 años del abuelo dentro de algunos años, sus edades sumarían 333. La cantidad de personas que estaban reunidas en la fiesta es

- (a) 11
- (b) 15
- (c) 22
- (d) 33
13. Carlos compró un libro con 10% de descuento. Después de leerlo decide venderlo a María con 20% de descuento del precio que él pagó. Si Carlos perdió en el negocio 450 colones, la cantidad de colones que se ahorró María con respecto al precio original es
- (a) 750
- (b) 700
- (c) 500
- (d) 450
14. En un grupo de 11 cajas grandes, algunas contienen 8 cajas medianas cada una; algunas de las cajas medianas contienen también 8 cajas pequeñas cada una. Si hay 116 cajas que no contienen ninguna otra (contando también las cajas pequeñas), la cantidad de cajas que hay en total corresponde a
- (a) 116
- (b) 131
- (c) 135
- (d) 140
15. Un tren de pasajeros tiene mil vagones. Leo, Eric y Alex trabajan recogiendo tiquetes del tren; Leo recoge los tiquetes de los vagones múltiplos de 15 y Alex recoge los tiquetes de los vagones múltiplos de 6. Si los tres coinciden dos veces, la segunda vez en el vagón 780, Alex y Erick coinciden en el vagón
- (a) 208
- (b) 510
- (c) 312
- (d) 728

16. Considere un triángulo rectángulo  $\triangle ABC$ , de área  $35 \text{ cm}^2$ , recto en  $A$ . Si  $AC = 7 \text{ cm}$ . y  $D, E$  son puntos tales que  $A - D - E - B$ ,  $AD = EB$ ,  $5AD = AB$ , entonces el área del  $\triangle DEC$ , en  $\text{cm}^2$ , es
- (a) 7
  - (b) 21
  - (c)  $\frac{21}{2}$
  - (d)  $\frac{35}{3}$
17. Si en un mes hubo 5 lunes y 5 martes, pero solamente 4 domingos y 4 miércoles, entonces el día 30 del mes siguiente corresponde a
- (a) lunes
  - (b) martes
  - (c) miércoles
  - (d) jueves
18. Se quiere formar un cubo con ladrillos. Si las dimensiones de cada ladrillo son  $6 \text{ cm}$ ,  $20 \text{ cm}$ . y  $15 \text{ cm}$ . respectivamente, entonces la cantidad de ladrillos que se necesitan para formar el cubo más pequeño posible es
- (a) 60
  - (b) 120
  - (c) 180
  - (d) 216



19. La cantidad de números de tres dígitos  $abc$  (con  $a \neq 0$ ) tales que  $a + 3b + c$  es múltiplo de 3, corresponde a

- (a) 100
- (b) 300
- (c) 330
- (d) 400

20. Considere dos números naturales  $m$  y  $n$  tales que su mínimo común múltiplo es 4900 y su máximo común divisor es 14. Con certeza **NO** se cumple que

- (a) 2 divide a  $(m + n)$
- (b) 4 divide a  $(m + n)$
- (c) 5 divide a  $(m + n)$
- (d) 7 divide a  $m + n$