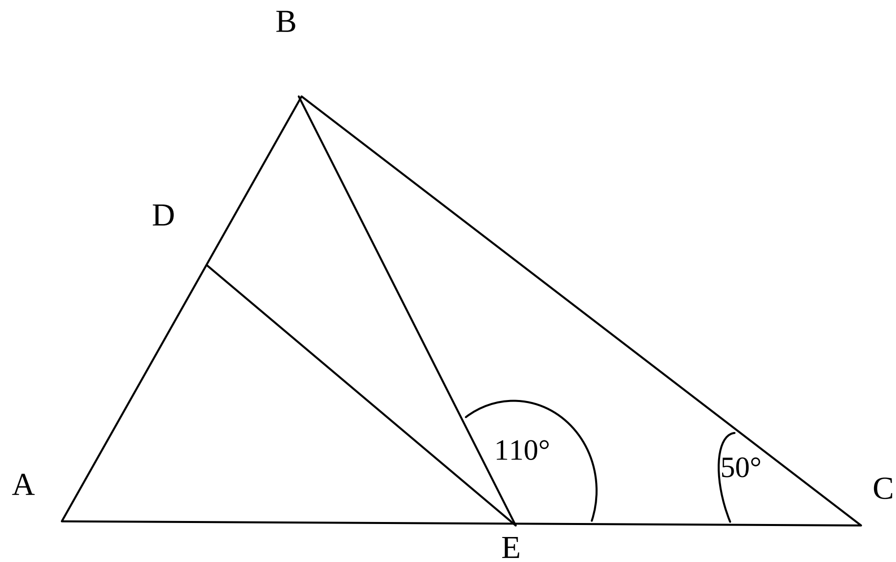
OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICA

PROYECTO INTERINSTITUCIONAL

UNA-UNED-UCR-ITCR-MICIT-MEP

SOLUCIONES PRIMERA ELIMINATORIA NACIONAL



SEGUNDO NIVEL (8° y 9°)

2013

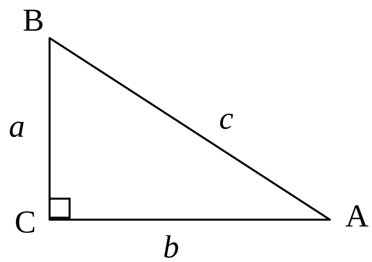
1. Según los datos de la figura adjunta una expresión equivalente a $\frac{a^2}{c-b}$ es

A) $a + b$

B) b + c

C) $c - b$

D) $a - b$



Solución: Por el Teorema de Pitágoras se tiene que,

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 - b^2 = a^2$$

$$(b + c)(c - b) = a^2$$

$$b + c = \frac{a^2}{c - b}$$

Por lo que la opción correcta es B.

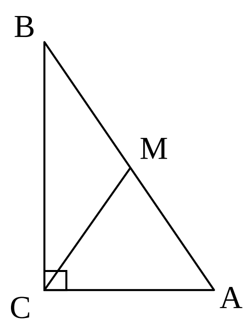
2. En la figura adjunta el ΔABC es rectángulo en C y M es el punto medio de $\overline{\mathrm{AB}}$. ¿Qué porcentaje del área del ΔABC es el área del ΔAMC?

A) menos del 50%

B) igual al 50%

C) más del 50%

D) no se puede determinar



Solución: Al trazar la paralela media del ΔABC con respecto al lado $\overline{\mathrm{AC}}$ contendrá en punto medio de $\overline{\mathrm{AB}}$ o sea M y el punto medio de $\overline{\mathrm{BC}}$, por lo tanto la altura del ΔAMC corresponde a la mitad de la altura del ΔABC sobre el lado $\overline{\mathrm{AC}}$. Por lo tanto el porcentaje solicitado corresponde al 50%. Por lo que la opción correcta es B.

3. Al desarrollar la expresión $(a+b)^2(a-b)^2$ y simplificarla a máximo, el número de términos que tendrá dicho desarrollo corresponde a

   A) 2

   B) 3

   C) 6

   D) 9

   Solución: Para obtener el resultado de la expresión dada se realiza lo siguiente:

$$(a+b)^2(a-b)^2 =$$

$$\big((a+b)(a-b)\big)^2 =$$

$$(a^2-b^2)^2 =$$

$$a^4-2a^2b^2+b^4$$

   Entonces la opción correcta es B.

4. En una caja hay 111 balones que corresponden a cuatro deportes: baloncesto, fútbol, balonmano y rugby. Se sabe que cada vez que se tomen 100 balones al azar de la caja hay garantía que haya al menos uno de cada deporte señalado anteriormente. ¿Cuál es el número mínimo de balones que se pueden tomar al azar para que aseguremos que siempre hay entre ellos bolas de al menos tres diferentes deportes?

   A) 100

   B) 99

   C) 87

   D) 88

Solución: En primer lugar observemos que al menos debe haber 12 balones de cada deporte entre los 111. Ya que si existieran menos de 12 balones de algún deporte, digamos 11, resulta que entre los restantes 100 balones sólo pueden haber de tres deportes, y esto contradice la hipótesis, ya que entre ellos 100 sólo representan a tres deportes y no a cuatro. Un razonamiento análogo prueba que no se puede con 10 o menos balones de un mismo deporte.

Por otra parte se tiene que no puede haber más de 75 balones de un mismo deporte, ya que entre los otros deportes se tendrían que repartir menos de 36, con lo cual uno de los deportes tendría menos de 12 balones lo que contradice lo probado anteriormente.

El mayor número de balones de dos deportes distintos debe ser 87, ya que los restantes 24 pueden dividirse entre los otros dos deportes de 12 cada uno. Luego con 88 balones podemos garantizar que hay al menos de los tres deportes involucrados.

Como ejemplo de lo anterior, 75, 12, 12 y 12 es una configuración que cumple que al tomar 100 al azar están presentes balones de los cuatro deportes, pero 87 de ellos indican que no cumple lo establecido por la pregunta del problema, luego la configuración 74, 13, 12 y 12 indica que con 88 balones sí se cumple con lo requerido del problema, y es el mínimo. Luego la opción correcta es D.

5. La cantidad de números de 5 dígitos de la forma $42A4B$, en donde A representa el dígito de las centenas y B es el dígito de las unidades, que son divisibles por 3, 4 y 5 corresponde a

   A) 1

   B) 2

   C) 3

   D) 4

Solución: Para que un número sea divisible por 5 debe terminar en 5 o en 0. Sin embargo, si un número termina en 5 no es divisible por 4. Por lo tanto $y = 0$.

Para que un número sea divisible por 3, la suma de sus dígitos debe ser múltiplo de 3. De esta manera $4 + 2 + x + 4 + 0 = 3k$, es decir, $10 + x = 3k$.

Como x puede tomar valores entre 0 y 9, se tiene que $3k$ debe ser un número entre 10 y 19. En este conjunto los múltiplos de 3 son: 12, 15, 18. De ahí que x puede ser 2, 5 y 8. Por lo tanto, existen 3 números. Opción C la correcta.

6. La probabilidad de que se obtengan cinco escudos, al lanzar una moneda al aire 5 veces, corresponde a

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{1}{32}$

C) $\frac{1}{25}$

D) 1

Solución: El número total de formas distintas en que salgan cara o escudos en 5 lanzamientos es $2^5 = 32$ y como la única forma de que salgan 5 escudos es 1, la probabilidad es $\frac{1}{32}$. Opción B la respuesta correcta.

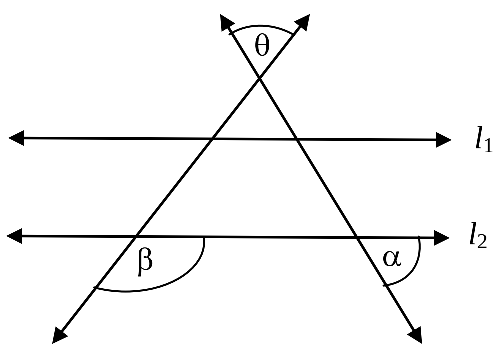
7. En la figura adjunta $l_1 \parallel l_2$. Si $m\angle\beta = 100^o$ y $m\angle\theta = m\angle\alpha - 10^o$ entonces $m\angle\alpha$ es

A) 55º

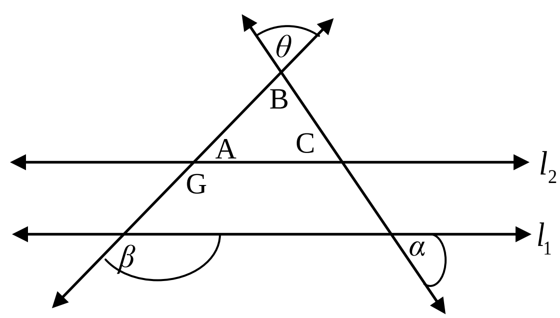
B) 45º

C) 100º

D) 80º



Solución:



$m\angle G = m\angle\beta = 100^o$ por ser ángulos correspondientes entre paralelas

$m\angle A = 180^o - m\angle G = 80^o$

$m\angle B = m\angle\theta = m\angle\alpha - 10^o$ por ser opuestos por el vértice

$m\angle C = m\angle\alpha$ por ser ángulos alternos externos entre paralelas
$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$ por ser los ángulos internos de un triángulo
$80^\circ + m\angle\alpha - 10^\circ + m\angle\alpha = 180^\circ \Rightarrow 2m\angle\alpha = 110^\circ \Rightarrow m\angle\alpha = 55^\circ$ Opción A la correcta.

8. Sean a, b, c números enteros positivos tales que $ab = 12, bc = 20$ y $ac = 15$. Entonces, el valor de abc es

   A) 40

   B) 60

   C) 80

   D) 120

Solución: El producto $ab \cdot bc \cdot ac = 12 \cdot 20 \cdot 15 \Rightarrow a^2b^2c^2 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \Rightarrow abc = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$, pues los números son positivos. Por lo tanto, $abc = 60$. Opción B respuesta correcta.

9. Sean *a*, *b* y *c* números reales tales que $a + b - c = 1$, entonces la solución de la ecuación $3x(a+b) = 3(x+2)(c-1)$ es

   A) $c - \frac{1}{3}$

   B) $c - 6$

   C) $2(c-1)$

   D) $c - 1$

Solución: $3x(a+b) = 3(x+2)(c-1) \quad \Rightarrow \quad 3x(a+b) = 3(cx - x + 2c - 2) \quad \Rightarrow$
$3x(a+b) - 3cx = -3x + 6c - 6 \quad \Rightarrow \quad 3x(a+b-c) = -3x + 6c - 6 \quad \Rightarrow$
$3x(1) + 3x = 6c - 6 \quad \Rightarrow \quad 6x = 6(c-1) \quad \Rightarrow \quad x = c - 1$. Opción D la respuesta correcta.

10. Se tienen dos canastas *A* y *B* que contienen bolinchas, de la siguiente manera:
    - Las bolinchas de *A* son de plástico y las de *B* de vidrio.
    - En *A* hay 5 bolinchas rojas y 6 azules, mientras que en *B* hay 3 rojas y 4 azules.

Se deben sacar cierta cantidad de bolinchas de cada canasta al mismo tiempo y sin ver ¿Cuál es la menor cantidad que se debe sacar para tener seguridad de encontrar entre todas las bolinchas sacadas, dos del mismo color pero de diferente material?

A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

Solución: Se deben analizar los casos extremos. Con n = 1 no hay seguridad de que al sacar una bolincha de A y una bolincha de B sean del mismo color. Con n = 2 el caso extremo es sacar de A dos rojas o dos azules, y se puede dar el caso de que al sacar de B dos bolinchas éstas sean dos azules o dos rojas, luego no hay seguridad en este caso. El caso n = 3 tampoco aporta seguridad porque bien se pueden sacar de A tres rojas o tres azules y de B sacar tres azules o tres rojas. El caso n = 4 no aporta seguridad ya que se pueden sacar de A cuatro rojas y de B 4 azules. Luego n = 5 parece que sí, ya que el peor caso es sacar de A 5 rojas o 5 azules. Entonces de B necesariamente se tienen que sacar para tener cinco la descomposición de 5 en suma de enteros que son: 1+4, 2+3, 3+2. Luego sí hay seguridad en este caso de que con n = 5 siempre podemos sacar dos bolinchas del mismo color pero de diferente material. Opción C la correcta.

11. Susana compró confites de 8 colones y chocolates de 10 colones. El pulpero confundió los precios y cobró al revés por lo que para corregir el error tuvo que cobrarle 6 colones más a Susana. Si ella tenía 30 confites, la cantidad de chocolates que compró es

A) 30

B) 31

C) 33

D) 35

Solución: Sean a la cantidad de confites y b la cantidad de chocolates, entonces $\left(8a+10b\right)=\left(10a+8b\right)+6 \Rightarrow 2b=2a+6 \Rightarrow b=a+3$. Como $a=30$ se sigue que $b=33$. Por lo que la opción correcta es C.

12. Consideremos una fracción en donde tanto el numerador como el denominador son números enteros positivos, y se sabe que tal fracción es mayor que $\frac{1}{2}$, pero menor que 1 ¿Cuál de los siguientes valores no es posible obtener al sumar el numerador y denominador?

A) 3

B) 5

C) 8

D) 2013

Solución: Por la condición del problema se tiene que $a < b$ y que $2a > b$, luego se concluye que $a < b < 2a$. De donde $2a < a + b < 3a$. Aquí la respuesta correcta sería A, ya que para poder obtener tres necesitamos $2a < 3 < 3a$ lo cual es absurdo.

Por otra parte, 5 sí se puede obtener a partir de $\frac{2}{3}$, 8 a partir de $\frac{3}{5}$ y 2013 como $\frac{1006}{1007}$.

13. Las aristas de un cubo están pintadas de tal forma que cada cara tiene tres aristas blancas y una negra. Entonces, el total de aristas blancas que tiene el cubo son

A) 3

B) 4

C) 6

D) 9

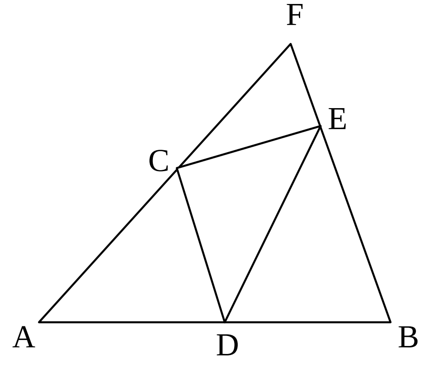
Solución: Como hay 6 caras y cada arista comparte 2 caras, deben haber 3 aristas negras. Por lo tanto, hay $12 - 3 = 9$ aristas blancas. Opción D respuesta correcta.

14. Se construyen triángulos de tal manera que todas las longitudes de sus lados son números enteros. Si $AD = CD = 3\text{cm}$, $FE = 2\text{cm}$, $EB = 5\text{cm}$ y el resto de los segmentos tienen la misma medida. ¿Cuál es la menor medida posible para estos segmentos?

A) 1cm

B) 2cm

C) 3cm



D) 4cm

Solución: Aplicando la desigualdad triangular en los cinco triángulos que aparecen y recordando que las longitudes de los segmentos son enteras; se tiene que:

del $\Delta \text{ACD}: 3+x>3$ y $6>x$,

del ΔCED: $2x>3$,

del ΔDEB: $2x>5$,

del ΔCFE: $2x>2$

y del ΔAFB: $2x+7>3+x$, $10+x>2x$ y $3x+3>7$.

El menor número entero positivo que satisface esas condiciones es $x=3cm$. Respuesta C.

15. En un grupo se tiene que el 76% de las personas son bajas, el 76% son delgadas y el 76% son bondadosas. Si se tiene un cierto número de personas ¿al menos qué porcentaje de personas de ese grupo presenta las tres características indicadas?

A) 24

B) 28

C) 72

D) 76

Solución: Como el 76% cumple con cada característica entonces máximo un 24% no cumple con cada una de ellas. De las personas que forman 76% que son bajas, máximo las que corresponden a un 24% no son delgadas, de donde se debe cumplir que al menos el 52% del total son bajas y delgadas. De las personas que son bajas y delgadas, máximo un 24% del total no son bondadosas, de donde al menos un 28% cumple con las tres condiciones. Opción B la respuesta correcta.

16. Los lados de un triángulo miden 6, 8 y 10. Entonces, la longitud de una altura del triángulo es

A) $\frac{12}{5}$

B) $\frac{24}{5}$

C) $\frac{15}{2}$

D) 10

Solución: Como $6^2+8^2=10^2$ por el Teorema de Pitágoras, el triángulo es rectángulo, dos de sus alturas son 6 y 8, y su área es $\frac{6\cdot 8}{2}=24$. Así, si h es la altura sobre la hipotenusa, entonces $\frac{10\cdot h}{2}=24 \Rightarrow h=\frac{48}{10} \Rightarrow h=\frac{24}{5}$. Respuesta B la correcta.

17. Una escalera se apoya sobre un muro de manera que sale una parte de ella por encima del muro. Si el pie de la escalera está a 5 metros, la parte de la escalera que sobresale mide 10 m, mientras si la base está a 9 metros sobresalen 8 m de la escalera. Entonces, la altura del muro es

A) 10

B) 12

C) 14

D) 20

Solución: Sea l la longitud de la escalera y la altura del muro. Por Pitágoras $(l-10)^2=5^2+h^2$ y $(l-8)^2=9^2+h^2$, así

$$(l-10)^2-5^2=(l-8)^2-9^2$$
$$\Rightarrow l^2-20\,l+100-25=l^2-16\,l+64-81$$
$$\Rightarrow -20\,l+16\,l=64-81-100+25$$
$$\Rightarrow -4\,l=-92$$
$$\Rightarrow l=23$$

Por lo tanto,

$$h^2=(23-10)^2-25$$
$$\Rightarrow h^2=144$$
$$\Rightarrow h=12$$

Opción B la respuesta correcta.

18. Si se escriben los números naturales desde el 1 al 2013. ¿Cuántas veces se escribió el dígito 5?

A) 401

B) 501

C) 601

D) 701

Solución: Del 1al 49 hay 5, del 50 al 60 hay 11 y del 61 al 100 hay 4, por lo que del 1 al 100 hay 20. Así,

del 1 al 499 hay $20 \cdot 5 = 100$,

del 500 al 599 hay $20 + 100 = 120$ y

del 600 al 999 hay $4 \cdot 20 = 80$.

Por lo tanto, del 1 al 999 hay 300 y como forma análoga del 1000 al 2013 hay 301, entonces en total hay 601. Opción correcta C.

19. Cuatro estudiantes: Eny, Raquel, Brenda y Alicia participaron durante dos semanas en la Escuela Matemática Latinoamericana y del Caribe. Cada una viene de un lugar diferente: Sarapiquí, Santo Domingo, Moravia o Birrisito. Además se cuenta con la siguiente información:

- Eny y la estudiante de Birrisito compartieron habitación
- Eny nunca ha estado en Sarapiquí ni en Moravia
- En un partido de fútbol que se realizó entre semana, Brenda jugó en el mismo equipo que la estudiante de Sarapiquí, mientras que la estudiante de Birrisito estaba en el equipo opuesto.
- La estudiante de Sarapiquí y Alicia pasaban jugando ajedrez.

¿De qué lugar es Alicia?

A) Sarapiquí

B) Moravia

C) Birrisito

D) Santo Domingo

Solución: De la primera afirmación se deduce que Eny no vive en Birrisito, y de la segunda que tampoco vive en Moravia ni en Sarapiquí, luego se concluye que Eny vive en Santo Domingo.

Por la tercera afirmación, Brenda no es de Sarapiquí, ni de Birrisito. Además no es de Santo Domingo, por lo tanto debe ser de Moravia.

Alicia entonces no es de Santo Domingo, ni de Moravia, pero por la cuarta afirmación tampoco es de Sarapiquí, y por lo tanto es de Birrisito. Luego, la respuesta correcta es C.

20. En un triángulo ABC se tiene que las longitudes de las medianas $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ y $\overline{CF}$ son 9, 12 y 15, respectivamente. Sea H el punto medio del segmento $\overline{GC}$, donde G es el baricentro o centroide del triángulo. El área del triángulo GDH es

A) 4

B) 6

C) 8

D) 12

Solución: En primer lugar observemos que las longitudes BG, GD y CG son 8, 3 y 10, respectivamente. Además GH = 5.

El segmento $\overline{DH}$ une los puntos medios del triángulo BGC, y por lo tanto su longitud debe ser la mitad del tercer lado, en este caso DH = 4. Por lo tanto, el triángulo GDH tiene longitudes 3, 4, 5, y con lo cual es un triángulo rectángulo. Se concluye que el área de GDH es igual a 6, y la respuesta correcta es B.

21. En el triángulo ABC se tiene que el ángulo en A mide 100° y el ángulo en B mide 50°. Considere $\overline{AH}$ altura sobre el lado $\overline{BC}$ y $\overline{BM}$ mediana sobre el lado $\overline{AC}$. La medida del ángulo HMC es

A) 20°

B) 30°

C) 90°

D) 120°

Solución: Lo primero en notar es que el triángulo AHC es 30° - 60° - 90°, de donde AH = $\frac{1}{2}$AC, y luego AH = AM, es decir que el triángulo AHM es isósceles. Debido a que el ángulo en HAC mide 60° se sigue que AHM es equilátero, y por lo tanto el ángulo AHM mide 60°. Por último, por una simple resta se tiene que el ángulo HMC mide 120°. Opción D la respuesta correcta.

22. Andrés, Esteban y Gustavo tenían 490 monedas de quinientos colones. Resulta que Andrés gastó un quinto de sus monedas, Esteban gastó un tercio de sus monedas y Gustavo gastó un cuarto de sus monedas. Ahora los tres tienen el mismo número de monedas ¿Cuántas monedas tenía inicialmente Andrés?

A) 100

B) 150

C) 160

D) 490

Solución: Denotemos con x, y, z el número de monedas que poseen Andrés, Esteban, y Gustavo, respectivamente. Es claro que $x + y + z = 490$.

Una vez que gastan parte de sus monedas tenemos que el número de monedas que Andrés tiene es $\frac{4x}{5}$, el que Esteban tiene $\frac{2y}{3}$, y el que Gustavo tiene $\frac{3z}{4}$. Por hipótesis $\frac{4x}{5} = \frac{2y}{3} = \frac{3z}{4}$. Despejando y, z en términos de x y sustituyendo en la primera ecuación se tiene que

$$x + \frac{12}{10}x + \frac{16}{15}x = 490,$$

cuya solución es 150. Con lo cual la respuesta correcta es B.

23. Para un número racional x y un número natural n, ambos mayores que 1, el perímetro de un rectángulo está dado por el polinomio $P(x) = 2x^n - 2x^{n-1} - 2x$ y la medida de uno de los lados está dada por $l(x) = x^{n-1} - x$. Una expresión que corresponde al área de ese cuadrilátero es

A) $x^n - 2x^{n-1}$

B) $x^{2n} - 4x^{2n-1} + 4x^{2n-2}$

C) $x^{2n-1} - x^{n+1} - 2x^{2n-2} + 2x^n$

D) $x^{n^2-n}-x^n-2x^{n^2-2n+1}+2x^{n-1}$

Solución: Si $a(x)$ representa la medida de cada lado consecutivo al que mide $l(x)$ entonces se tiene:

$$P(x)=2l(x)+2a(x)$$

$$2x^n-2x^{n-1}-2x=2(x^{n-1}-x)+2a(x)$$

$$\rightarrow 2x^n-2x^{n-1}-2x-2(x^{n-1}-x)=2a(x)$$

$$\rightarrow x^n-x^{n-1}-x-x^{n-1}+x=a(x)$$

$$\rightarrow x^n-2x^{n-1}=a(x)$$

El área está dada por

$$A(x)=l(x)a(x)$$

$$A(x)=(x^{n-1}-x)(x^n-2x^{n-1})$$

$$A(x)=x^{2n-1}-2x^{2n-2}-x^{n+1}+2x^n$$

Respuesta correcta la opción C.

24. El resultado de realizar la siguiente operación:

$$\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{4}{5}-\frac{5}{4}\right)^2-\left(\frac{4}{5}+\frac{5}{4}\right)^2+\left(\frac{6}{7}-\frac{7}{6}\right)^2-\left(\frac{6}{7}+\frac{7}{6}\right)^2+\left(\frac{8}{9}-\frac{9}{8}\right)^2-\left(\frac{8}{9}+\frac{9}{8}\right)^2$$

corresponde a

A) -16

B) -8

C) 0

D) $\frac{3709}{399}$

Solución:

$$\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{4}{5}-\frac{5}{4}\right)^2-\left(\frac{4}{5}+\frac{5}{4}\right)^2+\left(\frac{6}{7}-\frac{7}{6}\right)^2-\left(\frac{6}{7}+\frac{7}{6}\right)^2+\left(\frac{8}{9}-\frac{9}{8}\right)^2-\left(\frac{8}{9}+\frac{9}{8}\right)^2$$

$$=\left(\frac{2}{3}\right)^2-2+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{2}{3}\right)^2-2-\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\right)^2-2+\left(\frac{5}{4}\right)^2-\left(\frac{4}{5}\right)^2-2-\left(\frac{5}{4}\right)^2+\left(\frac{6}{7}\right)^2-2$$
$$+\left(\frac{7}{6}\right)^2-\left(\frac{6}{7}\right)^2-2-\left(\frac{7}{6}\right)^2+\left(\frac{8}{9}\right)^2-2+\left(\frac{9}{8}\right)^2-\left(\frac{8}{9}\right)^2-2-\left(\frac{9}{8}\right)^2=-16$$

Respuesta A la respuesta correcta.

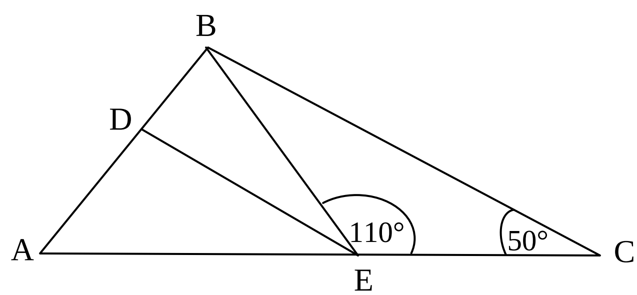
25. Considere la siguiente gráfica, si se tiene que $\overline{BC}$ y $\overline{DE}$ son alturas de los triángulos ΔABC y ΔADE respectivamente, entonces con certeza se cumple que

A) $AE > AB$

B) $BE > AB$

C) $CB > AC$

D) $AB > EC$



Solución: Si se tiene que $\overline{BC}$ y $\overline{DE}$ son alturas de los triángulos ΔABC y ΔADE respectivamente, entonces $m\angle ADE = m\angle ABC = 90°$, y además nos asegura que los segmentos $\overline{BC}$ y $\overline{DE}$ son paralelos. Así por correspondencia de ángulos, tenemos que $m\angle AED = 50°$ esto nos asegura que $m\angle BED = 20°$, luego que $m\angle ABE = 70°, m\angle EBC = 20°, m\angle BAC = 40°$.

Por la relación entre ángulos y lados, tenemos que la opción $AE > AB$ es falsa, pues los ángulos que se oponen a estos segmentos correspondientes en el ΔABE miden lo mismo, por lo tanto $AE = AB$. En este mismo triángulo el segmento el segmento $\overline{BE}$ se opone al ángulo menor, por lo tanto es falso que $BE > AB$.

Como el ΔABC es rectángulo se tiene que el lado opuesto al ángulo recto es el de mayor longitud, por lo tanto es falso que $CB > AC$. Y por último, observe que en el ΔABE ya estudiado, se tiene que $AB > BE$ y del ΔBEC se tiene que $BE > EC$, por lo tanto $AB > EC$. Respuesta correcta la opción D.

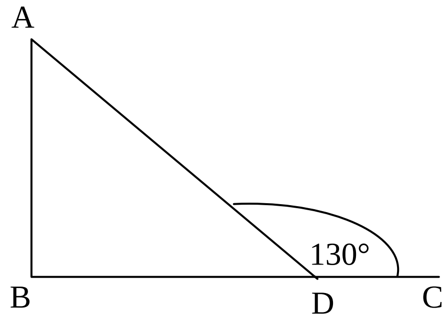
26. De acuerdo con la siguiente figura, tenemos que $m\angle B$ es tres veces $m\angle A$ disminuido en 10°. Entonces el ΔABD es

A) rectángulo y escaleno

B) obtusángulo y escaleno

C) rectángulo e isósceles

D) obtusángulo e isósceles



Solución: Observe que $m\angle B = 3m\angle A - 10°$ y que $m\angle A + m\angle B = 130°$ en otros términos que $m\angle A + 3m\angle A - 10° = 130°$ entonces obtenemos que $m\angle A = 35°$, además $m\angle B = 105°$ y $m\angle D = 50°$. Por lo tanto el ΔABD es obtusángulo y escaleno, respuesta correcta la opción B.

27. Se tiene una cierta cantidad de confites para repartir entre cierta cantidad de niños. Si se reparten 7 confites a cada niño estarían sobrando 2 confites. Ahora si se duplica la cantidad de niños y a estos se les reparte 3 confites, estarían sobrando 9 confites ¿Cuál es la cantidad de confites?

A) 49

B) 50

C) 51

D) 52

Solución: Supongamos que se tiene x niños y y confites. Note que al repartir 7 confites estaría sobrando 2 confites, es decir $y = 7x + 2$ y luego si se duplica el número de niños y se les reparte 3 confites, estarían sobrando 9 confites, es decir $y = 3(2x) + 9 = 6x + 9$, con esto se tiene que $7x+2=6x+9$ o sea que $x=7$. Co esto se deduce que la cantidad y de confites corresponden a 51. Respuesta correcta opción C.

28. La expresión $n^{2013}+n^{2012}+n^{2011}+\cdots+n^2+n+1$, considerando a $n\neq 1$, es equivalente a

A) $\dfrac{n^{2013}+1}{n-1}$

B) $\dfrac{n^{2013}-1}{n-1}$

C) $\dfrac{n^{2014}+1}{n-1}$

D) $\dfrac{n^{2014}-1}{n-1}$

Solución: La respuesta correcta es la opción d), pues observe que

$$(\mathrm{n}-1)(n^{2013}+n^{2012}+n^{2011}+\cdots+n^2+n+1)=n^{2014}-n^{2013}+n^{2013}-n^{2012}+n^{2012}-\cdots-n+n-1=n^{2014}-1$$

Entonces $n^{2013}+n^{2012}+n^{2011}+\cdots+n^2+n+1=\dfrac{n^{2014}-1}{n-1}$ para $n\neq 1$. Opción D la respuesta correcta.

29. Si *a*, *b* y *c* son dígitos y conociendo que $a+b+c=21$. Entonces el valor de la suma de los siguientes números de tres cifras $abc+bca+cab$ corresponde a

A) 63

B) 1234

C) 2013

D) 2331

Solución:

Al efectuar la suma de:

$$\begin{array}{r} abc \\ bca \\ +\underline{cab} \\ 2331 \end{array}$$

Por lo que la opción correcta es D.