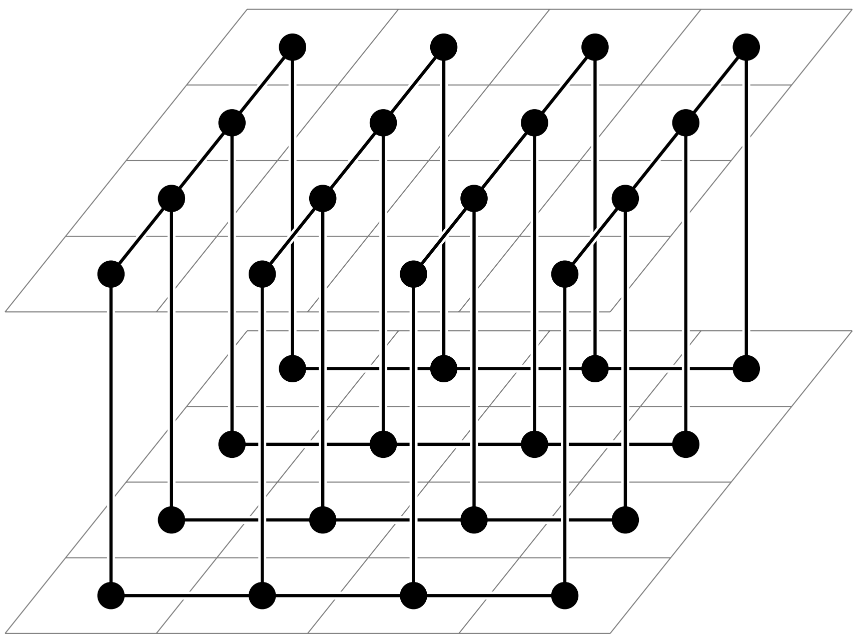
XXIX OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICA

MEP - UNA - UCR - UTN - MICITT - UNED - TEC

OLIMPIADAS COSTARRICENSES DE MATEMÁTICAS
OLCOMA

PRIMERA ELIMINATORIA NACIONAL



II Nivel

$(8^\circ - 9^\circ)$

2017

Estimado estudiante:

La Comisión de las Olimpiadas Costarricenses de Matemáticas 2017 le saluda y le da la más cordial bienvenida a la Primera Eliminatoria Nacional de estas justas académicas, deseándole los mayores éxitos.
La prueba consta de un total de 25 preguntas de selección única.

Puede consultar la lista de estudiantes clasificados a partir del viernes 30 de junio, en la siguiente dirección electrónica:

www.olcoma.com

INDICACIONES GENERALES

- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la hoja de respuestas que se le ha entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no necesariamente están hechos a escala.
- El formulario de preguntas es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- No se permite el uso de hojas adicionales.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en la hoja de respuestas.

SIMBOLOGÍA

$\overline{AB}$	segmento de extremos A yB	$\angle ABC \approx \angle DEF$	congruencia de ángulos
AB	medida de $\overline{AB}$	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
$\overrightarrow{AB}$	rayo de extremo A y que contiene a B	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia respectiva entre puntos
$\overleftrightarrow{AB}$	recta que contiene los puntos A y B	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\angle ABC$	ángulo de rayos $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	medida de $\angle ABC$	$\widehat{AB}$	arco de extremos A y B
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A, B, C	$m\widehat{AB}$	medida de $\widehat{AB}$
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices A, B, C, D	(ABC)	área de ΔABC
$\parallel$	paralelismo	$(ABCD)$	área de $\square ABCD$
$\perp$	perpendicularidad	$P-Q-R$	P, Q, R puntos colineales, con Q entre los puntos P y R

1. En una fábrica, 15 máquinas empacan 15 bolsas de arroz en 15 segundos. La cantidad de bolsas de arroz que se empacan con 60 máquinas en 60 segundos es

   (a) 4

   (b) 15

   (c) 60

   (d) 240

2. En figura adjunta A, B, C y D representan, cada una, un dígito distinto. El valor de $A + B + C + D$ es

   (a) 15

   (b) 16

   (c) 17

   (d) 18

$$\begin{array}{r} A\,B\,C\,D \\ +\quad A\,B\,C \\ \hline 2\;0\;1\;7 \end{array}$$

3. Un turista hace un viaje durante varios días. El primer día recorre una quinta parte del total de la distancia por recorrer durante todo viaje. El segundo día recorre 21 kilómetros y luego de hacerlo se encuentra a la mitad del recorrido total. La cantidad de kilómetros recorridos por el turista durante los dos primeros días es

   (a) 14

   (b) 21

   (c) 35

   (d) 70

4. Se realizó un experimento del cual se obtuvieron cuatro resultados posibles: A, B, C y D. Los cuatro resultados son mutuamente excluyentes. Se tiene que la probabilidad de que ocurra A es $P(A) = 0{,}3$; la probabilidad de que ocurra B es $P(B) = 0{,}3$ y la probabilidad de que ocurra D es $P(D) = 0{,}25$. La probabilidad de que ocurra C es

   (a) 0,10

   (b) 0,15

   (c) 0,20

   (d) 0,25

5. Cuando a un barril le falta 30 % para llenarse, contiene 30 litros más que cuando está lleno hasta 30 %. La cantidad de litros que le caben al barril es

   (a) 60

   (b) 75

   (c) 90

   (d) 100

6. Sean p, q, r, s y t cinco números reales, tales que la media aritmética (promedio) de p, q y r es ocho y la media aritmética de p, q, r, s y t es siete. Entonces la media aritmética de s y t es

   (a) 5

   (b) 6

   (c) 4,5

   (d) 5,5

7. En cuatro tarjetas están escritos los números 2, 5, 7 y 12 (un número en cada tarjeta). En la parte posterior de cada tarjeta están escritas, respectivamente, las siguientes frases: *Divisible por 7*, *Primo*, *Impar* y *Mayor que 100*. Se sabe que cada número escrito en cada tarjeta **NO CORRESPONDE** con la palabra en la parte posterior de la misma. El número que está escrito en la tarjeta con la frase *Mayor que 100* es

   (a) 2

   (b) 5

   (c) 7

   (d) 12

8. La diferencia de las dimensiones b y h de un rectángulo (con $b > h$) es igual a la medida del lado de un triángulo equilátero. Si el triángulo y el rectángulo tienen el mismo perímetro, entonces el valor numérico de $\dfrac{b}{h}$ es

   (a) $\dfrac{1}{5}$

   (b) $\dfrac{1}{2}$

   (c) 2

   (d) 5

9. Si a y b son números reales, tales que $a+b=2$, entonces la solución de la ecuación $ax-x-a+1=b+2-bx$ es

   (a) 1

   (b) 3

   (c) a

   (d) $a+b$

10. Juan estaba caminando con rapidez constante por una avenida en Heredia cuando vio un camión que estaba transportando una pieza grande de madera (también se desplazaba con una rapidez constante).
Juan quería medir el largo de la pieza de madera, entonces decidió caminar a lo largo de la pieza de madera en dirección contraria al camión y contó 10 pasos, mientras que cuando caminó a lo largo de la pieza de madera en dirección del camión contó 70 pasos.
Si se sabe que cada paso de Juan mide un metro, entonces la longitud en metros de la pieza de madera es

    (a) 30

    (b) 35

    (c) 17,5

    (d) 30,5

11. Sean a, b, c y d dígitos. Denotamos $abcd$ al número cuyos dígitos son a, b, c y d, respectivamente. La cantidad de números de cuatro dígitos, tales que $abcd = bac + cbd$ es

    (a) 0

    (b) 1

    (c) 2

    (d) 3

12. Sea el $\triangle ABC$ un triángulo rectángulo, con $m\angle ABC = 90°$. Sean E y F puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$, respectivamente, y sea G un punto tal que $B - G - C$. Si el área del $\triangle ABC$ es 24 cm^2, entonces el área en cm^2 del $\triangle EFG$ es

    (a) 3

    (b) 6

    (c) 9

    (d) 12

13. En la ecuación:

$$\frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}}+\frac{1}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x+2}}=(a-1)\sqrt{x}$$

si $a>1$, entonces su solución es

(a) a^2-1

(b) $1-a^2$

(c) $\dfrac{3}{a^2-1}$

(d) $\dfrac{3}{1-a^2}$

14. En un Centro de Entrenamiento Deportivo hay dos equipos de atletismo, uno practica carreras y el otro saltos. De un total de 105 deportistas que entrenan en el Centro, 83 pertenecen al equipo de carreras, 39 al de saltos y 27 a ambos. Si se elige al azar uno de los deportistas que pertenecen a algún quipo de atletismo para que represente al Centro de Entrenamiento en una competencia, entonces la probabilidad de que sea integrante del equipo de carreras pero no del de salto es

(a) $\dfrac{44}{95}$

(b) $\dfrac{56}{95}$

(c) $\dfrac{44}{105}$

(d) $\dfrac{56}{105}$

15. El número entero $1^n+2^n+3^n+4^n$ **no** es múltiplo de cinco si n es

(a) 2016

(b) 2017

(c) 2018

(d) 2019

16. En un paralelogramo $\square ABCD$ se tiene que $m\angle ABC = 120°$ y $2AB = BC$. Si M es el punto medio de $\overline{BC}$ y $MA = 7\sqrt{3}$, entonces la medida del lado mayor del paralelogramo es

    (a) 7

    (b) 14

    (c) $\sqrt{3}$

    (d) $7\sqrt{3}$

17. Seis pueblos A, B, C, D, E y F se encuentran a lo largo de una carretera. Las distancias en kilómetros entre ellos se muestra en el cuadro adjunto. Un orden correcto en el que se encuentran los pueblos a lo largo de la carretera es

    (a) $BADEFC$

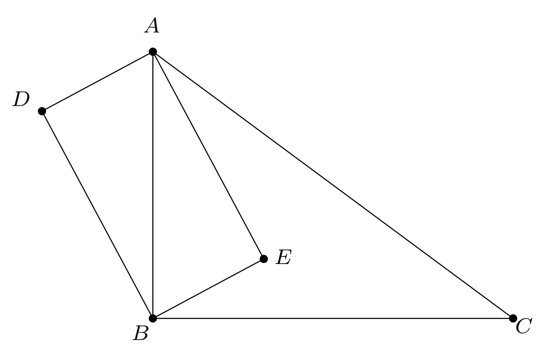
    (b) $CEFDAB$

    (c) $CEFADB$

    (d) $FCEDAB$

	A	B	C	D	E	F
A	0	2	20	3	15	8
B	2	0	22	5	17	10
C	20	22	0	17	5	12
D	3	5	17	0	12	5
E	15	17	5	12	0	7
F	8	10	12	5	7	0

18. En la figura adjunta, el $\triangle ABC$ es un triángulo rectángulo con $m\angle ABC = 90°$; además, $\overline{AB}$ es diagonal del rectángulo $\square ADBE$. Si $BC = 5\sqrt{2}$, $BE = 3$ y $AC = 5\sqrt{3}$, entonces el área del $\square ADBE$ es



    (a) 5

    (b) 6

    (c) 12

    (d) 14

19. Un número entero positivo múltiplo de cinco es tal que si se divide entre tres el residuo es uno y si se divide entre siete el residuo es dos. La suma de las cifras del menor número que cumple con las condiciones es

   (a) 1

   (b) 4

   (c) 7

   (d) 8

20. Se van a repartir 100 cartas en grupos de 7, 5 y 3 cartas, respectivamente. Si se sabe que hay al menos un grupo de 7 cartas, uno de 5 cartas y uno de 3 cartas, entonces la mínima cantidad de grupos que hay para que las 100 cartas sean repartidas es

   (a) 15

   (b) 16

   (c) 17

   (d) 18

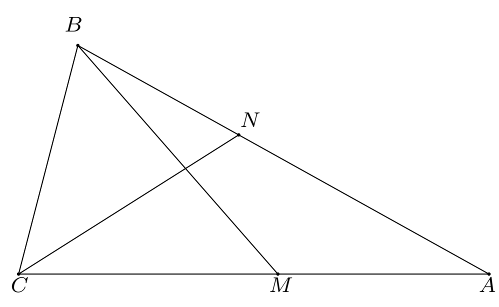
21. En la figura adjunta se tiene que $m\angle BCN = 6x$, $m\angle CBM = 5x$, $m\angle CMB = 5x$, $m\angle BNC = 4x$ y $m\angle BAC = 2x$. La medida del $\angle ABM$ es

   (a) $20°$

   (b) $30°$

   (c) $40°$

   (d) $60°$



22. La negación del enunciado: *"Cada estudiante compró más de 10 manzanas"* es

    (a) Ningún estudiante compró más de 10 manzanas.

    (b) Algún estudiante compró más de 10 manzanas.

    (c) Algún estudiante compró menos de 11 manzanas.

    (d) Cada estudiante compró menos de 11 manzanas.

23. Suponga que los números reales x y y satisfacen el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3^x - 3^y &= 16 \\ 9^x - 9^y &= 320 \end{cases}$$

    El valor de $x - y$ es

    (a) 1

    (b) 2

    (c) 3

    (d) 4

24. La cantidad de números naturales n menores que 1000 que cumplen $n = 17s + (d-3)^2 + 2$, donde s es la suma de las cifras de n, y d es la cifra de las decenas es

    (a) 0

    (b) 1

    (c) 2

    (d) 3

25. En la figura adjunta, se tiene que $\overline{AC} \perp \overline{BC}$, $BQ = BP$ y $AR = AP$. La medida del $\angle RPQ$ es

    (a) 30°

    (b) 45°

    (c) 90°

    (d) 135°