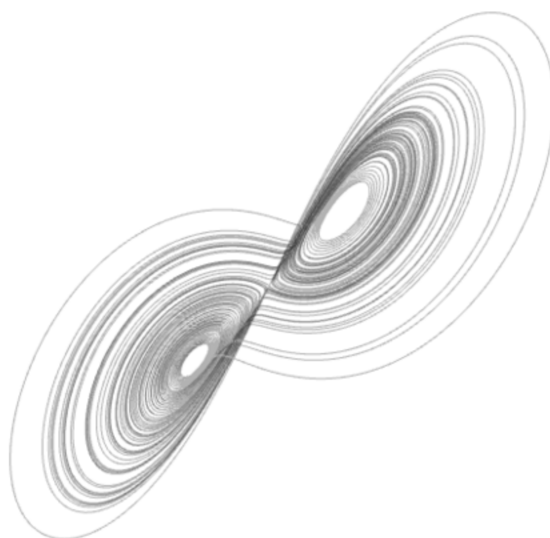
XXX OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICA

MEP - UNA - UCR - MICITT - UNED - TEC

SOLUCIÓN
PRIMERA ELIMINATORIA NACIONAL



Nivel II

$(8^\circ - 9^\circ)$

2018

Estimado estudiante:

La Comisión de las Olimpiadas Costarricenses de Matemáticas 2018 le saluda y le da la más cordial bienvenida a la Primera Eliminatoria Nacional de estas justas académicas, deseándole los mayores éxitos.
La prueba consta de un total de 25 preguntas de selección única.

Puede consultar la lista de estudiantes clasificados a partir del viernes 6 de julio, en la siguiente dirección electrónica:

www.olcoma.com

INDICACIONES GENERALES

- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la hoja de respuestas que se le ha entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no necesariamente están hechos a escala.
- El formulario de preguntas es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- No se permite el uso de hojas adicionales.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en la hoja de respuestas.

SIMBOLOGÍA

$\overline{AB}$	segmento de extremos A yB	$\angle ABC \approx \angle DEF$	congruencia de ángulos
AB	medida de $\overline{AB}$	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
$\overrightarrow{AB}$	rayo de extremo A y que contiene a B	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia respectiva entre puntos
$\overleftrightarrow{AB}$	recta que contiene los puntos A y B	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\angle ABC$	ángulo de rayos $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	medida de $\angle ABC$	$\widehat{AB}$	arco de extremos A y B
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A, B, C	$m\widehat{AB}$	medida de $\widehat{AB}$
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices A, B, C, D	(ABC)	área de ΔABC
$\parallel$	paralelismo	$(ABCD)$	área de $\square ABCD$
$\perp$	perpendicularidad	$P-Q-R$	P, Q, R puntos colineales, con Q entre los puntos P y R

1. Si la hija de Tiffany es la mamá de mi hija, entonces yo soy

   (a) Tiffany
   (b) La hija de Tiffany
   (c) La nieta de Tiffany
   (d) La mamá de Tiffany

- Opción correcta: (b)
- Solución:

  Como yo soy la mamá de mi hija, entonces yo soy la hija de Tiffany.

2. El resultado de la operación $\dfrac{2018 \times 2{,}018}{20{,}18 \times 201{,}8}$ es

   (a) 0,1
   (b) 1
   (c) 10
   (d) 100

- Opción correcta: (b)
- Solución:

$$\begin{aligned}
\frac{2018 \times 2,018}{20,18 \times 201,8} &= \frac{2018 \times \dfrac{2018}{1000}}{\dfrac{2018}{100} \times \dfrac{2018}{10}} \\
&= \frac{\dfrac{2018^2}{1000}}{\dfrac{2018^2}{100 \times 10}} \\
&= 1
\end{aligned}$$

3. La cantidad de números de tres cifras que son cuadrados perfectos y múltiplos de 6 es

   (a) 3
   (b) 4
   (c) 6
   (d) 7

- Opción correcta: (b)
- Solución:

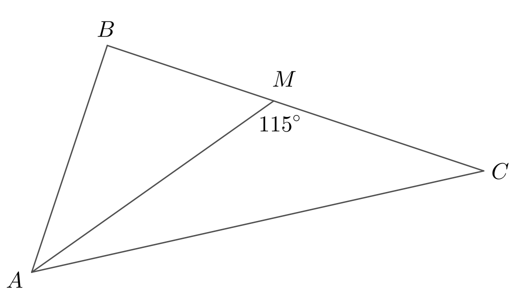
  Los cuadrados perfectos de 3 cifras corresponden a los cuadrados de 10 hasta 31. Para que sean múltiplos de 6, sus bases deben serlo. Los únicos que cumplen esto son 12, 18, 24 y 30, por lo que solamente hay 4 números que satisfacen lo pedido.

4. Considere el triángulo rectángulo $\triangle ABC$, recto en B. Sea M un punto sobre $\overline{BC}$, $B-M-C$, con $\overline{AM}$ bisectriz de $\angle BAC$. Si $m\angle AMC = 115°$, entonces la medida de $\angle MCA$ es

   (a) $25°$
   (b) $40°$
   (c) $65°$
   (d) $115°$

- Opción correcta: (b)
- Solución:

  Considere la siguiente figura.



$m\angle BMA = 180° - 115° = 65°$, como el triángulo $\triangle ABC$ rectángulo en B entonces $m\angle BAM = 25°$. $\overline{AM}$ es bisectriz de $\angle BAC$ por lo tanto $m\angle MAC = 25°$, luego $m\angle MCA = 40°$.

5. Gerardo y Mariam juegan con tres dados, el primer dado tiene tres caras rojas y tres negras, el segundo dado tiene cuatro caras rojas y dos negras y el tercer dado tiene todas las caras rojas. El juego consiste en tirar dos de los tres dados, si las dos caras son iguales gana Gerardo, si las caras son distintas gana Mariam. Si Mariam selecciona el primer dado, entonces el dado que debe seleccionar Gerardo para tener mayor probabilidad de ganar es

   (a) El dado 2

   (b) El dado 3

   (c) Con ambos dados se tiene la misma probabilidad

   (d) No se puede determinar

- Opción correcta: (c)
- Solución:
  Con el dado dos, la probabilidad de que ambas caras sean iguales es $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{6} = \frac{1}{2}$.

  Con el dado tres, la probabilidad de que ambas caras sean iguales es $\frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$
  $\therefore$ Con ambos dados se tiene la misma probabilidad

6. Considere el $\triangle ABC$ recto en B, y sea D un punto, tal que $A - D - C$ y $\overline{BD} \perp \overline{AC}$. Si $\dfrac{CD}{AD} = \dfrac{3}{7}$, la razón entre las áreas de los triángulos $\triangle ABC$ y $\triangle ADB$ es

   (a) $\dfrac{7}{3}$

   (b) $\dfrac{3}{7}$

   (c) $\dfrac{10}{3}$

   (d) $\dfrac{10}{7}$

- Opción correcta: (d)
- Solución:
  $\overline{BD}$ es la altura de $\triangle ABC$ (sobre la hipotenusa) y del $\triangle ADB$ (sobre el cateto $\overline{AD}$); así, se tiene:

$$\frac{(ABC)}{(ADB)} = \frac{\frac{1}{2}AC \cdot BD}{\frac{1}{2}AD \cdot BD} = \frac{AC}{AD} = \frac{AD + CD}{AD} = 1 + \frac{CD}{AD} = 1 + \frac{3}{7} = \frac{10}{7}$$

7. Se toman los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 y se forman tres números de tres dígitos cada uno, sin repetir ningún dígito. Si se suman los tres números, entonces el mayor resultado que se puede obtener es

   (a) 1962

   (b) 2457

   (c) 2556

   (d) 2628

- Opción correcta: (c)
- Solución:

  El mayor resultado posible se obtiene cuando los tres dígitos mayores (7, 8 y 9) están al inicio de los tres números, los siguientes tres dígitos (4, 5 y 6) en posición intermedia, y los tres menores en la posición de las unidades. Por ejemplo, si los tres números son 963, 852 y 741, cuya suma es 2556.

8. Sean a, b y c números enteros positivos, tales que $a^2b = 28$, $b^2c = 147$ y $c^2a = 18$. El valor de abc es

   (a) 14

   (b) 21

   (c) 28

   (d) 42

- Opción correcta: (d)
- Solución:

  Observe que $a^2bb^2cc^2a = a^3b^3c^3 = 28 \cdot 147 \cdot 18 = 2^2 \cdot 7 \cdot 7^2 \cdot 3 \cdot 3^2 \cdot 2 = 2^3 \cdot 7^3 \cdot 3^3$, como a, b y c son positivos, entonces debe cumplirse que $abc = 2 \cdot 7 \cdot 3 = 42$.

9. Christian, Alexander y Leonel tienen entre los tres 435 monedas de 100 colones. Christian gasta la mitad de sus monedas, Alexander gasta la tercera parte de sus monedas y Leonel la cuarta parte de sus monedas. Ahora los tres tienen la misma cantidad de monedas. Entonces, la cantidad de monedas que tenía inicialmente Alexander es

   (a) 120

   (b) 135

   (c) 180

   (d) 220

- Opción correcta: (b)
- Solución:

  Sean x, y, z las monedas que tienen inicialmente Christian, Alexander y Leonel respectivamente. Es claro que

$$x + y + z = 435.$$

De acuerdo con la información, después de haber gastado cierta cantidad de monedas cada uno se tiene que

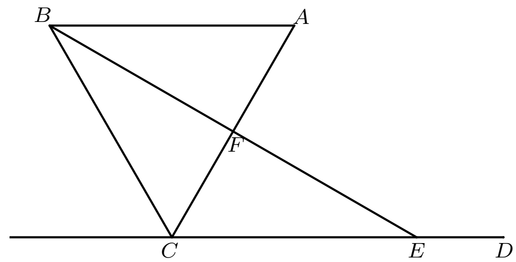
$$\frac{1}{2}x = \frac{2}{3}y = \frac{3}{4}z,$$

despejando y y z en términos de x y sustituyendo en la primera ecuación se tiene que

$$x + \frac{3}{4}x + \frac{2}{3}x = 435,$$

y resolviendo se obtiene que $x = 180$, y entonces $y = 135$.

10. En la figura adjunta, $\triangle ABC$ es equilátero, $C-E-D$, $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overline{AB}$, $\overline{BE}$ es mediatriz de $\overline{AC}$ y F es el punto de intersección de $\overline{AC}$ con $\overline{BE}$.
Si el área de $\triangle CFE = 2\sqrt{3}$ cm^2, entonces el perímetro, en cm, de $\triangle ABC$ es



(a) 12

(b) 24

(c) $2\sqrt{3}$

(d) $6\sqrt{3}$

- Opción correcta: (a)
- Solución:

Como el triángulo ABC es equilátero, $\overline{BF}$ es, además de una de sus mediatrices, una mediana, una bisectriz y una altura, por lo que los triángulos $\triangle ABF$ y $\triangle CBF$ son congruentes.

Como $\overline{AB} \parallel \overline{CE}$, por ángulos entre paralelas se tiene que $\angle ACE \cong \angle CAB$ y $\angle ABE \cong \angle CEB$. Además, por ser opuestos por el vértice, $\angle AFB \cong \angle CFE$ y se cumple que $AF = CF$, pues $\overline{BE}$ es mediatriz de $\overline{AC}$. De esta manera, $\triangle ABF \cong \triangle CEF$.

Luego, $(CFE) = 2\sqrt{3} = (ABF)$. De esta manera, $(ABC) = 2 \cdot (ABF) = 4\sqrt{3}$

Así, $\dfrac{BA^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3} \Rightarrow BA^2 = 16 \Rightarrow BA = 4$ y el perímetro de $\triangle ABC = 4 \cdot 3 = 12$ cm.

11. German y Leonardo van a correr dando vueltas a una pista ovalada con 400 metros de longitud. Ellos comienzan al mismo tiempo, pero Leonardo se adelanta, pues él corre 25 % más rápido que German. La cantidad de vueltas que habrá dado Leonardo cuando alcance por primera vez a German es

(a) 3

(b) 4

(c) 8

(d) 9

- Opción correcta: TODAS (no aparece la opción correcta que es 5)
- Solución:

Como Leonardo es 25 % más rápido, esto significa que cuando German da una vuelta, entonces Leonardo ya corrió $400 \times 0{,}25 = 100$ metros más. Luego, cuando German dé cuatro vueltas, entonces Leonardo habrá corrido $4 \times 400 \times 0{,}25 = 400$ metros más, es decir, una vuelta más, en ese momento lo alcanzará por primera vez. Por lo que son cinco las vueltas que ha dado Leonardo al alcanzar a German.

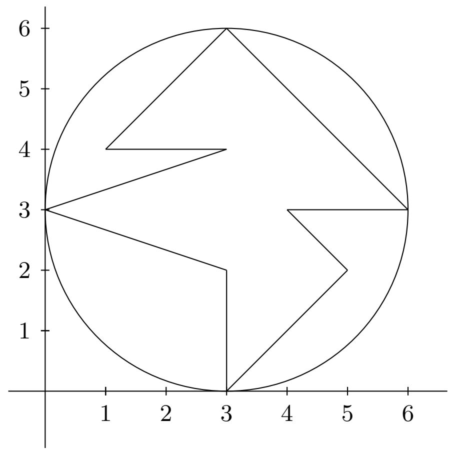
12. De acuerdo con la informacón de la figura adjunta, el área de la región que está dentro de la circunferencia pero fuera del polígono es

    (a) $9\pi - 12$

    (b) $9\pi - 13$

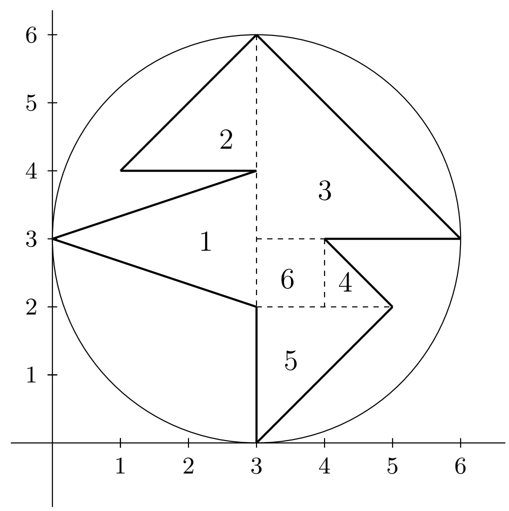
    (c) $9\pi - 12{,}5$

    (d) $9\pi - 13{,}5$



- Opción correcta: (b)
- Solución:

  Considerando la siguiente división del polígono se tiene

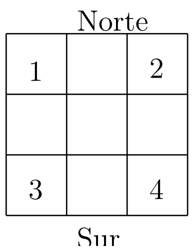


$A_1 = \dfrac{2 \cdot 3}{2} = 3,\ A_2 = \dfrac{2 \cdot 2}{2} = 2,\ A_3 = \dfrac{3 \cdot 3}{2} = 4{,}5,\ A_4 = \dfrac{1 \cdot 1}{2} = 0{,}5,\ A_5 = \dfrac{2 \cdot 2}{2} = 2,\ A_6 = 1$

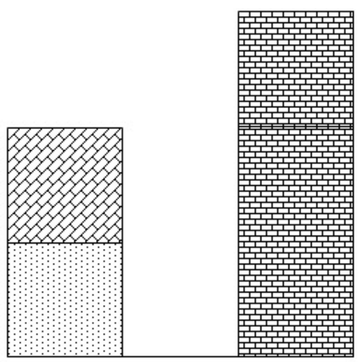
$A_p = 13$

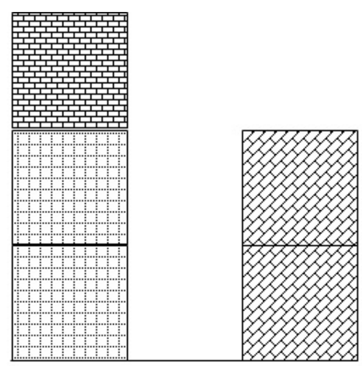
Por lo que el área pedida es $9\pi - 13$.

13. En un pequeño pueblo solamente hay cuatro edificios, que pueden tener 1, 2 o 3 pisos. Cada edificio tiene un estilo de fachada diferente: ladrillos horizontales, ladrillos diagonales, cuadriculado o punteado.



Si una persona observa el pueblo desde el Norte se tiene una vista como la que se indica en la primera figura, mientras que si observa desde el Sur se tiene la segunda figura.





Entonces se puede asegurar que una proposición **falsa** es

(a) El edificio 2 tiene 1 piso con fachada de puntos.

(b) El edificio 3 tiene 2 pisos con fachada cuadriculada.

(c) El edificio 4 tiene 2 pisos con fachada de ladrillos diagonales.

(d) El edificio 1 tiene 3 pisos con fachada de ladrillo diagonales.

- Opción correcta: (d)
- Solución:

Desde la vista sur se observan, de frente, los edificios 3 y 4, el 3 a la izquierda y el 4 a la derecha. Se puede ver que el edificio 3 tiene dos pisos con fachada cuadriculada y detrás de él se observa un piso más del edificio 1, el cual debe tener 3 pisos con fachada de ladrillos horizontales.

Desde la vista norte se observan, de frente, los edificios 1 y 2, el 1 a la derecha y el 2 a la izquierda. El edificio 1 tiene tres pisos con fachada de ladrillos horizontales, como es el más alto no se observa nada del edificio 3 que está detrás de él. En cambio, el edificio 2 solo tiene un piso con fachada de puntos, y se observa detrás de él el otro piso del edificio 4 de 2 pisos con fachada de ladrillos diagonales.

Entonces la opción falsa es la d), pues la fachada de ese edificio es de ladrillo horizontales.

14. Se escriben los números enteros positivos desde el uno hasta el 2018, uno a continuación del otro, sin espacios intermedios, formando una larga secuencia de dígitos:

$$12345678910111213\ldots 201620172018$$

La cantidad máxima de dígitos que se escriben antes de que se escriban tres 9 seguidos es

(a) 2586
(b) 2589
(c) 2597
(d) 2694

- Opción correcta: (b)
- Solución:

La primera vez que aparecen tres 9 seguidos, ocurre al escribir 899 y 900.

Del 1 al 9 hay 9 números de 1 dígito.

Del 10 al 99 hay 90 números de 2 dígitos.

Del 100 al 899 hay 800 números de 3 dígitos.

De esta manera, $9 + 90 \cdot 2 + 800 \cdot 3 = 2589$ es la cantidad de dígitos escritos justo antes de que se presenten tres 9 seguidos.

15. Carlos y Fabricio llevan entre los dos, 60 000 colones al parque de diversiones. Incluyendo las entradas, Carlos gasta un total de 12 000 colones y Fabricio un total de 10 000 colones. Al finalizar el día, Carlos tiene el doble de dinero que tenía Fabricio al inicio del día. Al finalizar el día, la cantidad de dinero, en colones, que tiene Fabricio es

(a) 6000
(b) 8000
(c) 10 000
(d) 12 000

- Opción correcta: (a)
- Solución:

Si Carlos inicialmente tenía x mil, y Fabricio y mil, entonces $x + y = 60$.

Además $x - 12 = 2y$, entonces esto significa solucionando las ecuaciones que $x = 44$, $y = 16$. Por lo tanto, Fabricio se queda con 6000 colones.

16. Considere los puntos A, B, P y Q tales que $\overline{AB} \parallel \overline{PQ}$, $\overline{AP} \perp \overline{BA}$. Si además se cumple que $PQ = \dfrac{AB}{3}$ y que $AP = AB$, entonces la razón entre las áreas de los triángulos $\triangle ABP$ y $\triangle BPQ$ es

    (a) $\dfrac{1}{3}$

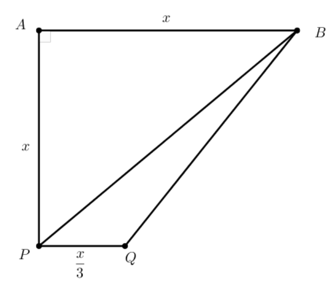
    (b) 1

    (c) $\dfrac{3}{2}$

    (d) 3

- Opción correcta: (d)
- Solución:

De acuerdo con la información dada, se tiene la siguiente figura:



Entonces, $\dfrac{(ABP)}{(BPQ)} = \dfrac{\dfrac{x \cdot x}{2}}{\dfrac{x/3 \cdot x}{2}} = \dfrac{\dfrac{x^2}{2}}{\dfrac{x^2}{6}} = 3.$

17. Inicialmente, en una pizarra está escrito el número 2018. Una persona realiza el siguiente procedimiento: toma el número escrito en la pizarra, lo multiplica por 2 y le suma 1, luego reemplaza el número escrito en la pizarra por el resultado obtenido. Si este procedimiento se realiza 2018 veces, entonces el dígito de las unidades del último número obtenido es

    (a) 1

    (b) 3

    (c) 5

    (d) 7

- Opción correcta: (c)
- Solución:

Como se pregunta por el dígito de la unidades, únicamente interese al último dígito en dicho procedimiento. Por lo tanto.

1) $8 \cdot 2 + 1 \rightarrow xxx7$
2) $7 \cdot 2 + 1 \rightarrow xxx5$
3) $5 \cdot 2 + 1 \rightarrow xxx1$
4) $1 \cdot 2 + 1 \rightarrow xxx3$

5) $3 \cdot 2 + 1 \rightarrow xxx7$

Como se puede apreciar la secuencia se repite cada 4, y como $2018 = 4 \cdot 504 + 2$ quiere decir el el último número escrito termina en 5.

18. Erick acude a la casa de Rolando con la intención de comprar tres videojuegos. Al llegar, Rolando le ofrece cinco juegos de acción, cuatro de aventuras y tres de deportes; como Erick no puede decidirse, le pide a Rolando que escoja tres al azar. La probabilidad de que Erick adquiera uno de cada categoría es

    (a) $\dfrac{3}{11}$

    (b) $\dfrac{3}{44}$

    (c) $\dfrac{3}{55}$

    (d) $\dfrac{3}{110}$

- Opción correcta: (a)

- Solución:

  Sea A: un juego de cada categoría, la probabilidad de A está dada por $P(A) = \dfrac{\binom{3}{1} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{12}{3}}$,

  luego:
  $\binom{3}{1} = \dfrac{3!}{(3-1)! \cdot 1!} = 3$
  $\binom{4}{1} = \dfrac{4!}{(4-1)! \cdot 1!} = 4$
  $\binom{5}{1} = \dfrac{5!}{(5-1)! \cdot 1!} = 5$
  $\binom{12}{3} = \dfrac{12!}{(12-3)! \cdot 3!} = 220$
  Así, $P(A) = \dfrac{3 \cdot 4 \cdot 5}{220} = \dfrac{60}{220} = \dfrac{3}{11}$

19. En una cuadrícula 3×3 se colocan nueve números enteros consecutivos, ordenados de menor a mayor y siguiendo la distribución que se muestra en la figura adjunta. Si se sabe que la suma de los elementos colocados en dicha cuadrícula es 2277, entonces la suma de los elementos de la tercera fila es

1	2	3
5	4	8
6	7	9

   (a) 750

   (b) 764

   (c) 766

   (d) 769

- Opción correcta: (c)
- Solución:

   Si a es un entero, la colocación de los números en la cuadrícula queda como se muestra en la figura.
   Luego, $9a + 36 = 2\,277 \Rightarrow a = 249$ y la suma de los elementos de la tercera fila es $a + 5 + a + 6 + a + 8 = 254 + 255 + 257 = 766$.

a	a+1	a+2
a+4	a+3	a+7
a+5	a+6	a+8

20. Un ratón es perseguido por un gato. El ratón le aventaja por 98 de sus pasos al gato. Si por cada cinco pasos del ratón, el gato da tres pasos y, además, cuatro pasos del gato equivalen a nueve pasos del ratón, entonces el número de pasos que debe dar el gato para alcanzar al ratón es

   (a) 153

   (b) 162

   (c) 168

   (d) 171

- Opción correcta: (c)
- Solución:

   Si m es la cantidad de paso que da el ratón y n la cantidad de pasos que da el gato, y si r representa la distancia de un paso del ratón y g la distancia de un paso del gato se quiere que $98r + mr = ng$. Además de la información $3m = 5n$ y $9r = 4g$, sustituyendo y resolviendo la ecuación se tiene que $n = 168$.

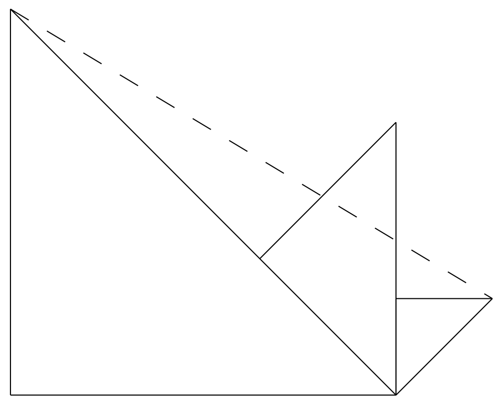
21. En la figura adjunta se presentan tres triángulos rectángulos isósceles, donde la hipotenusa del mediano mide la mitad de la hipotenusa del grande, y la del pequeño la mitad de la del mediano. Si un cateto del triángulo grande mide 1 cm, entonces la longitud de la línea punteada es

    (a) $\dfrac{\sqrt{34}}{4}$

    (b) $\dfrac{\sqrt{17}}{4}$

    (c) $\dfrac{\sqrt{17}}{2}$

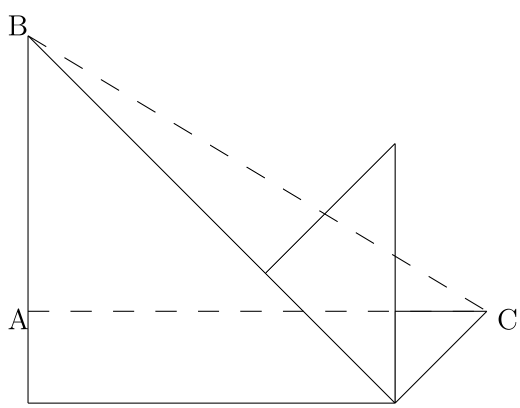
    (d) $\dfrac{\sqrt{34}}{2}$



- Opción correcta: (a)
- Solución:

  Por semajanza de triángulos, la relación entre las hipotenusas se mantiene entre los catetos, por lo que el cateto del trángulo mediano mide $\dfrac{1}{2}$ y el del triángulo pequeño $\dfrac{1}{4}$.

  Entonces la figura siguiente, $AB = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$, $AC = 1 + \dfrac{1}{4} = \dfrac{5}{4}$



  Aplicando el Teorema de Pitágoras se tiene que $BC = \sqrt{\dfrac{34}{16}} = \dfrac{\sqrt{34}}{4}$

22. Sea $N = 123456789101112131415161718$. El residuo de la división de N por 45 es

    (a) 0

    (b) 8

    (c) 9

    (d) 18

- Opción correcta: (d)
- Solución:

  Observe que N es divisible por 9, porque la suma de los dígitos de N es

$$\begin{aligned}(1+2+3+4+5+6+7+8+9)+(1+2+3+4+5+6+7+8)+9 &= 45+36+9\\ &= 90\end{aligned}$$

  que es divisible por 9. Por otro lado, observe que $N - 2 \cdot 9$ es divisible por 5 y por 9. Entonces, $N - 18$ es divisible por 45, luego, el residuo de la división de N por 45 es 18.

23. El número de parejas de números naturales para las cuales el mínimo común múltiplo es igual a 2018 corresponde a

    (a) 3

    (b) 4

    (c) 5

    (d) 6

- Opción correcta: (c)
- Solución:

  Note que la descomposición en números primos es $2018 = 2 \cdot 1009$, ya que 1009 es primo. Entonces las parejas buscadas son 2 y 1009, 2 y 2018, 1009 y 2018 y además, 1 y 2018, y finalmente 2018 y 2018 y así la respuesta es 5

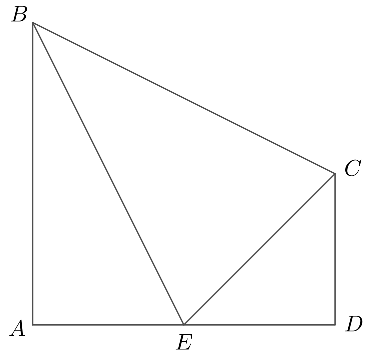
24. Considere la figura adjunta. Si E es el punto medio de $\overline{AD}$, $m\angle BAD = m\angle CDA = 90°$, $AD = AB = x$ y $\triangle EDC$ es isósceles, entonces el área de $\triangle EBC$ es

(a) $\dfrac{5x^2}{8}$

(b) $\dfrac{5x^2}{4}$

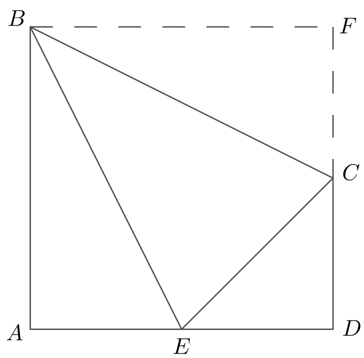
(c) $\dfrac{3x^2}{8}$

(d) $\dfrac{x^2}{8}$



- Opción correcta: (c)
- Solución:

Consideremos la siguiente figura



Sea $AD = AB = x$. Como E es el punto medio de AD entonces $AE = ED = \dfrac{x}{2}$. Luego,
$(ABE) = \dfrac{\frac{x}{2}\cdot x}{2} = \dfrac{x^2}{4}$, $(BFC) = \dfrac{\frac{x}{2}\cdot x}{2} = \dfrac{x^2}{4}$ y $(EDC) = \dfrac{\frac{x}{2}\cdot\frac{x}{2}}{2} = \dfrac{x^2}{8}$
Por otra parte, $(ABFD) = x^2$
Así, $(EBC) = x^2 - \dfrac{x^2}{4} - \dfrac{x^2}{4} - \dfrac{x^2}{8} = \dfrac{3x^2}{8}$.

25. Juan Pablo escribe la siguiente sucesión de números:

$$999\,998, \quad 9\,999\,998, \quad 99\,999\,998, \quad \ldots \quad , \quad \underbrace{999\cdots9}_{\text{2018 veces}}8$$

Luego suma todos los números en la sucesión y a este número le llama S; es decir:

$$S = 999\,998 + 9\,999\,998 + 99\,999\,998 + \cdots + \underbrace{999\cdots9}_{\text{2018 veces}}8$$

La suma de los dígitos de S es

(a) 2014

(b) 2018

(c) 2025

(d) 2028

- Opción correcta: TODAS (2054 no está en las opciones)
- Solución:

Observe que los números se pueden escribir como

$$1\,000\,000 - 2, \quad 10\,000\,000 - 2, \quad 100\,000\,000 - 2, \quad \ldots \quad , \quad 1\underbrace{000\cdots0}_{\text{2018 veces}} - 2$$

La sucesión tiene $2018 - 4 = 2014$ números. Al hacer la suma, cada 1 ocupa una posición diferente, y el último 1 a la derecha está en la posición de las unidades de millón, la resta al final es $(2018 - 4) \cdot 2 = 4028$, es decir,

$$S = \underbrace{111111\cdots11}_{\text{2014 veces}}000000 - 40208 = \underbrace{111111\cdots11}_{\text{2013 veces}}0995972$$

de donde la suma de los dígitos D está dada por $D = 2013 + 3 \cdot 9 + 5 + 7 + 2 = 2054$