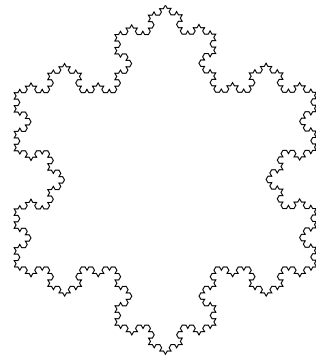


XXXI OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICAS

MEP - UNA - UCR - MICITT - UNED - TEC



PRIMERA ELIMINATORIA



Nivel II
(8° – 9°)

2019



Estimado estudiante:

La Comisión de las Olimpiadas Costarricenses de Matemáticas 2019 le saluda y le da la más cordial bienvenida a la Primera Eliminatoria Nacional de estas justas académicas, deseándole los mayores éxitos.
La prueba consta de un total de 20 preguntas de selección única.

Puede consultar la lista de estudiantes clasificados a partir del viernes 5 de julio, en la siguiente dirección electrónica:

www.olcoma.com

INDICACIONES GENERALES

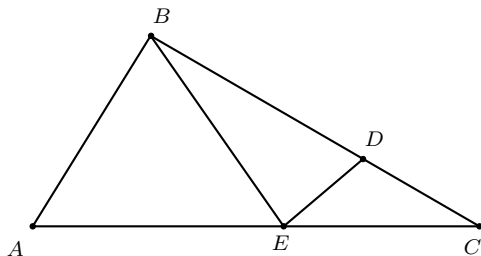
- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la hoja de respuestas que se le ha entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no necesariamente están hechos a escala.
- El formulario de preguntas es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- No se permite el uso de hojas adicionales.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en la hoja de respuestas.

SIMBOLOGÍA

\overline{AB}	segmento de extremos A y B	$\angle ABC \approx \angle DEF$	congruencia de ángulos
AB	medida de \overline{AB}	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
\overrightarrow{AB}	rayo de extremo A y que contiene a B	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia respectiva entre puntos
\overleftrightarrow{AB}	recta que contiene los puntos A y B	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\angle ABC$	ángulo de rayos \overrightarrow{BA} y \overrightarrow{BC}	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	medida de $\angle ABC$	\widehat{AB}	arco de extremos A y B
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A, B, C	$m\widehat{AB}$	medida de \widehat{AB}
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices A, B, C, D	(ABC)	área de $\triangle ABC$
\parallel	paralelismo	$(ABCD)$	área de $\square ABCD$
\perp	perpendicularidad	$P - Q - R$	P, Q, R puntos colineales, con Q entre los puntos P y R

1. En la figura adjunta se muestra un triángulo ABC y puntos D y E en sus lados tales que $AB = BD = AE$ y $DE = DC$. Si se sabe que $m\angle BAE = 60^\circ$, entonces la medida $\angle EDC$ es

- (a) 80°
 (b) 100°
 (c) 120°
 (d) 130°



2. La expresión $\frac{2^{2021} + 2^{2019}}{2^{2021} - 2^{2019}}$ es equivalente a

- (a) $\frac{5}{3}$
 (b) $\frac{3}{5}$
 (c) $\frac{2021}{2019}$
 (d) $\frac{2019}{2021}$

3. Un conductor realiza un viaje de 36 horas, durante el recorrido observa que $\frac{1}{5}$ del tiempo que ha empleado hasta el momento equivale a $\frac{3}{5}$ de lo que le falta. Si hace todo el viaje a velocidad constante, la cantidad de horas que ha empleado hasta ese momento corresponde a

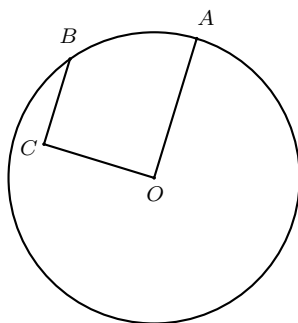
- (a) 27
 (b) 24
 (c) 16
 (d) 9

4. Un cubo de $3 \times 3 \times 3$ ha sido pintado de turquesa en cada una de sus caras. El cubo se corta en minicubos de $1 \times 1 \times 1$ y cada uno de estos minicubos son depositados en una urna. Si se extrae de manera aleatoria un minicubo de la urna, la probabilidad de que este minicubo posea exactamente dos caras pintadas es

- (a) $\frac{6}{27}$
 (b) $\frac{8}{27}$
 (c) $\frac{12}{27}$
 (d) $\frac{20}{27}$

5. Considere la figura adjunta donde O es el centro de la circunferencia, $OA = 4\sqrt{10}$ cm, $OC = 4$ cm. y $\overline{OC} \perp \overline{OA}$. Si $\overline{BC} \parallel \overline{OA}$, entonces BC es

- (a) $2\sqrt{10}$
 (b) $4\sqrt{11}$
 (c) 3
 (d) 12



6. En una caja no transparente se tiene 100 bolitas azules, 120 bolitas negras, 150 bolitas amarillas, 85 bolitas blancas y 250 bolitas anaranjadas. El menor número de bolitas que se debe extraer al azar para tener, con certeza, al menos 50 bolitas del mismo color es

- (a) 50
 (b) 51
 (c) 245
 (d) 246

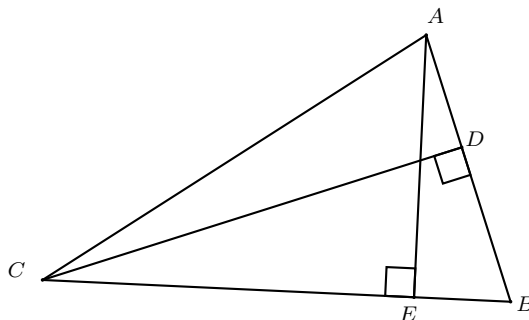
7. En un triángulo isósceles $\triangle ABC$ se tiene que $m\angle B = 100^\circ$, P es el punto medio de \overline{BC} y D es un punto en \overline{AC} tal que $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{PD}$. La $m\angle PDB$ corresponde a
- (a) 20
 - (b) 45
 - (c) 50
 - (d) 60
8. El número $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}}$ es equivalente a
- (a) $\sqrt[16]{2}$
 - (b) 2^5
 - (c) $2^{\frac{7}{16}}$
 - (d) $2^{\frac{15}{16}}$
9. Si $a^2 + ab + b^2 = 2$ y $a + b = 1$ entonces el valor de ab es
- (a) -1
 - (b) 0
 - (c) 1
 - (d) 2
10. Se mezclan 12 litros de agua con 18 litros de alcohol, se extraen de esta mezcla 5 litros y se reemplazan por agua. Luego, se extraen 10 litros de la nueva mezcla y también se reemplazan por agua. La cantidad de alcohol que finalmente queda en el recipiente es
- (a) 8
 - (b) 9
 - (c) 10
 - (d) 12

11. En un partido de baloncesto se puede obtener 3 puntos, 2 puntos o 1 punto al encestar el balón, dependiendo de la zona de donde se lance el balón. Si un equipo anotó 108 puntos en un partido, en el cual acertaron 40 lanzamientos, la mayor cantidad de lanzamientos de 1 punto que pudieron hacer es

- (a) 2
- (b) 4
- (c) 6
- (d) 8

12. Considere el $\triangle ABC$ de la figura adjunta en la que $A - D - B$ y $C - E - B$. Si se tiene que $AE = \frac{64}{5}$, $AB = 20$ y $CB = 25$, entonces CD es

- (a) 8
- (b) 16
- (c) 20
- (d) 32



13. Un hombre empieza a correr a las 12 m.d. hacia el norte, a un paso de 4 minutos por kilómetro. Después invierte su dirección y empieza a correr hacia el sur a un paso de 7 minutos por kilómetro. Si regresa al punto de partida a las 12: 47 p.m. la cantidad de kilómetros es aproximadamente

- (a) 4.27
- (b) 8.55
- (c) 17.09
- (d) 29.90

14. La cifra de las unidades del número $2019^{2020} + 2020^{2019}$ corresponde a

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2
- (d) 3

15. Las casillas de una cuadrícula de 2019×2019 se colorean con cuatro colores amarillo (A), rojo (R), verde (V) y café (C), siguiendo el patrón indicado en la figura. ¿Qué color se usó más que los otros tres?

- (a) Verde
- (b) Rojo
- (c) Café
- (d) Amarillo

A	R	V	C	A	R		...	
R	V	C	A	R	V		...	
V	C	A	R	V			...	
C	A	R	V				...	
A	R	V					...	
R	V						...	
							...	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
							...	

16. Para ser admitido en la universidad Carlos realiza un examen de 80 ejercicios de selección única. En dicho examen si un estudiante resuelve un ejercicio correctamente recibe 7 puntos, si desconoce la respuesta puede marcar la opción de *no responde* y se le asigna 1 punto, pero si contesta erróneamente se le restan 4 puntos. Si Carlos falló 7 ejercicios más de los que marcó *no responde* y obtuvo un puntaje 347, la cantidad de preguntas que contestó erróneamente corresponde a

- (a) 13
- (b) 14
- (c) 15
- (d) 16

17. En un $\triangle ABC$, D es el punto medio de \overline{AC} , E un punto tal que $C - E - B$ y $CE = 2EB$. Si \overline{AE} y \overline{BD} se intersecan en F y el área del $\triangle AFB$ es 1, el área del $\triangle ABC$ es

- (a) 3
- (b) $\frac{10}{3}$
- (c) $\frac{11}{3}$
- (d) 4

18. El mayor cubo perfecto divisor de $67^4 - 2 \cdot 67^2 + 1$ es

- (a) 125
- (b) 64
- (c) 27
- (d) 8

19. Se construye un triángulo como se muestra en la figura, donde la primera fila inicia con 1, la segunda con 2 y así sucesivamente hasta llegar a la fila 2019. Los demás números se construyen sumando el número que está a su izquierda (en la misma fila) con el de la izquierda de la fila anterior.

1									
2	3								
3	5	8							
4	7	12	20						
5	9	16	28	48					
6	11	20	36	64	112				
⋮									
2019	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	k

Según los datos, se puede deducir que el número k es múltiplo de

- (a) 2017
- (b) 2018
- (c) 2019
- (d) 2020

20. La cantidad de divisores positivos que tiene el número 1000^{2019} es

- (a) 2022^2
- (b) 2023^2
- (c) 6057^2
- (d) 6058^2