1. La cantidad de resultados diferentes que se pueden obtener sumando dos números distintos del conjunto $\{1, 2, 3, \cdots, 10\}$ corresponde a

   (a) 11
   (b) 15
   (c) 17
   (d) 18

   Solución **c)** 17

   El número más grande que se puede obtener es 19 y el más pequeño es 3. Es fácil comprobar que se pueden encontrar los números entre 19 y 3 incluyéndolos, por lo tanto, se pueden obtener 17 resultados distintos.

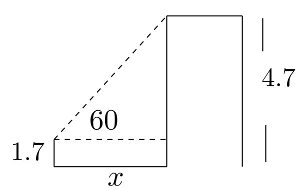
2. Una persona que mide $1,7$m de alto mira la cúspide de un edificio con un ángulo de elevación de $60°$. Si el edificio tiene una altura de $4,7$m, entonces la distancia de la persona a la base del edificio es

   (a) $\sqrt{3}$m
   (b) $\frac{47}{60}\sqrt{3}$m
   (c) 3m
   (d) $3\sqrt{3}$m

   Solución **a)** $\boldsymbol{\sqrt{3}}$**m**

   Sea x la distancia de la persona a la base del edificio. Según la siguiente figura se tiene que

$$tan\,60° = \frac{4,7-1,7}{x} \Rightarrow x = \frac{3}{tan\,60°} \Rightarrow x = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$



3. Llamamos *número sincero* a un número entero positivo en el que ninguno de sus dígitos es cero. La cantidad de *números sinceros* entre 4000 y 9000 es

   (a) 3645
   (b) 3735
   (c) 4050
   (d) 4095

Solución **a)** 3645

Observemos que:
Entre 10^0 y 10^1 hay 9 números sinceros
Entre 10^1 y 10^2 hay 9^2 números sinceros
Entre 10^2 y 10^3 hay 9^3 números sinceros

Ahora, entre 4000 y 9000 hay 5 grupos de 1000, cada uno con 9^3 números sinceros, por lo que hay $5 \cdot 9^3 = 3645$

4. Tres números enteros positivos a, b, c cumplen que 11 veces el primero más 3 equivale a 9 veces el segundo más 7 y a 5 veces el tercero más 2. El menor valor que puede tomar $a + b + c$ es

(a) 128
(b) 136
(c) 148
(d) 162

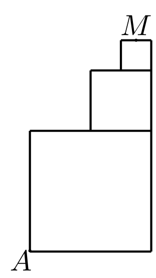
Solución **a)** 128

Del enunciado del problema se tiene $11a + 3 = 9b + 7 = 5c + 2$, de donde
$a = \dfrac{9b+4}{11}$ y $a = \dfrac{5c-1}{11}$
Los valores de b y c que generan valores enteros de a son:

$b : 2, 13, 24, 35, ...$
$a : 2, 11, 20, 29, ...$
$c : 9, 10, 31, 42, 53, 64, ...$
$a : 4, 9, 14, 19, 24, 29, ...$

Por lo tanto, $a = 29, b = 35, c = 64$ son los menores valores que satisfacen las condiciones. Así $a + b + c = 128$

5. Se colocan tres cuadrados como se muestra en la figura adjunta, en los cuales la medida de los lados son $4x$, $2x$ y x respectivamente. Si A representa un vértice del cuadrado de mayor longitud y M el punto medio del lado del cuadrado de menor longitud, entonces la longitud del segmento $\overline{AM}$ en términos de x corresponde a



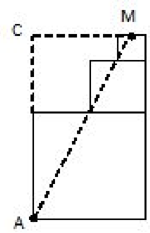
(a) $3\sqrt{5}x$
(b) $\dfrac{7\sqrt{5}x}{2}$
(c) $\dfrac{9\sqrt{5}x}{2}$

(d) $5\sqrt{5}x$

Solución **b)** $\dfrac{7\sqrt{5}x}{2}$

Considerando la figura dada tenemos,

Aplicando el Teorema de Pitágoras se tiene que,



$AC = 4x + 2x + x = 7x$

$CM = 2x + x + \frac{x}{2} = \frac{7}{2}x$

$CM^2 + AC^2 = AM^2$

$(AM)^2 = \left(\dfrac{7}{2}x\right)^2 + (7x)^2$

$AM = \sqrt{\dfrac{49}{4}x^2 + 49x^2} = \sqrt{\dfrac{5 \cdot 49}{4}x^2} = \dfrac{7\sqrt{5}}{2}x$

6. En la Universidad de Pitágoras sólo hay profesores de filosofia y de matemáticas. Se sabe que 1 de cada 7 matemáticos es filósofo y 1 de cada 9 filósofos es matemático. Si en total hay 3 profesores que son matemáticos y filósofos a la vez, entonces el número mínimo de profesores que hay en la universidad es

   (a) 21
   (b) 45
   (c) 48
   (d) 51

   Solución **b)** 45

   Como hay 3 profesores que son matemáticos y filósofos a la vez, hay al menos 21 matemáticos y 27 filósofos por lo que el número mínimo de profesores de la universidad es $21 + 27 - 3 = 45$.

7. Sea $\triangle ABC$ rectángulo en $\angle C$ y D un punto en $\overline{AB}$ tal que $\overline{CD}$ es altura. Si $AD = 3$ y $DB = 12$, entonces la medida de $\overline{CD}$ es

   (a) 6
   (b) $3\sqrt{5}$
   (c) $6\sqrt{2}$
   (d) $6\sqrt{5}$

   Solución **a)** 6

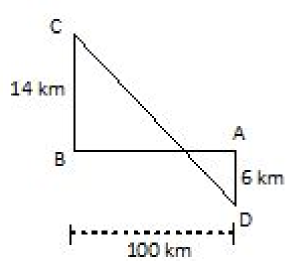
   Utilizando teorema de pitágoras $AC^2 + CB^2 = AB^2 \Rightarrow AC^2 + CB^2 = 15^2$. Sea h la medida de CD, entonces por pitágoras $AD^2 + h^2 = AC^2$ y $DB^2 + h^2 = CB^2$.Sumando miembro a miembro $AD^2 + h^2 + DB^2 + h^2 = AC^2 + CB^2 \Rightarrow 3^2 + 2h^2 + 12^2 = 15^2 \Rightarrow 2h^2 = 72 \Rightarrow h^2 = 36 \Rightarrow h = 6$.

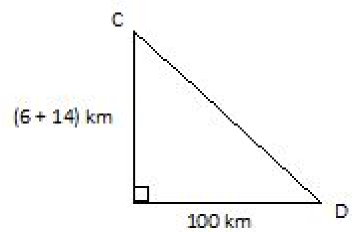
8. Una persona empieza un recorrido desde un punto A desplazándose inicialmente 100 km hacia el oeste llegando a un punto B, luego se mueve 14 km hacia el norte llegando al punto C y finalmente se desplaza x km en línea recta hasta un punto D que se ubica a 6 km al sur del punto A. Entonces la distancia total recorrida por dicha persona en kilómetros corresponde a

   (a) $114 + 20\sqrt{26}$
   (b) $120 + 20\sqrt{26}$
   (c) $114 + 26\sqrt{26}$
   (d) $114 + 15\sqrt{3}$

   Solución **a)** $114 + 20\sqrt{26}$

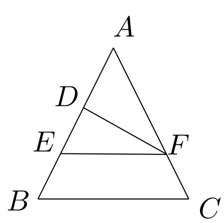
   Realizando una representación gráfica del recorrido descrito tenemos,





   Aplicando el Teorema de Pitágoras tenemos,
   $(CD)^2 = 20^2 + 100^2$
   $(CD) = \sqrt{10400} = 20\sqrt{26}$
   Por lo que el total recorrido es de
   $(100 + 14 + 20\sqrt{26})$km$= (114 + 20\sqrt{26})$km

9. En la figura adjunta $\triangle ABC$ es equilátero de lado 3. Si $BE = DA = FC = 1$, entonces la medida del $\angle DFE$ corresponde a



   (a) $10°$
   (b) $15°$
   (c) $30°$
   (d) $45°$

   Solución **c)** $30°$

   Observe que $AE = AB - BE = 2$ y $AF = AC - FC = 2$, así $\triangle AEF$ es isósceles y como $\angle A = 60^0$, entonces $\triangle AEF$ es equilátero. Ahora, $AF = FE$ y $DA = DE = 1$, por criterio $l - l - l$ $\triangle FAD \cong \triangle FED$ por lo que $\angle DFA \cong \angle DFE$ y DF es bisectriz del $\angle AFE$. Por lo tanto, $\angle DFE = \frac{60}{5} = 30$.

10. El número $\dfrac{\sqrt{5}\left(\sqrt{9+4\sqrt{5}}+\sqrt{9-4\sqrt{5}}\right)}{2}$ es

(a) irracional
(b) racional no entero
(c) entero no natural
(d) natural

Solución **d) natural**

Sea

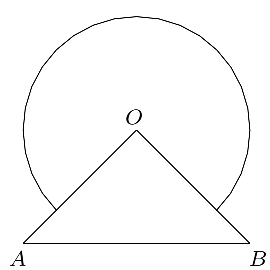
$$x = \frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{9+4\sqrt{5}}+\sqrt{9-4\sqrt{5}}\right)}{2}$$

entonces

$$\begin{aligned} x^2 &= \frac{5(9+4\sqrt{5}+2\sqrt{9+4\sqrt{5}}\sqrt{9-4\sqrt{5}}+9-4\sqrt{5})}{4} \\ &= \frac{5\left(18+2\sqrt{81-(4\sqrt{5})^2}\right)}{4} \\ &= \frac{5\left(18+2\sqrt{81-80}\right)}{4} \\ &= 25 \end{aligned}$$

Por lo tanto $x = 5$

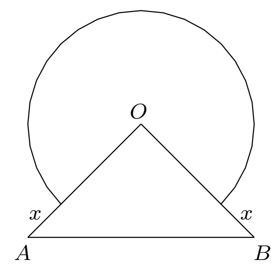
11. En la figura adjunta el $\triangle AOB$ es isósceles y recto en O. Si O es el centro de la circuferencia cuyo radio es 2 y $AB = 4$, entonces el perímetro de la figura es



(a) $4+3\pi$
(b) $4\sqrt{2}+\frac{3}{2}\pi$
(c) $4\sqrt{2}+3\pi$
(d) $4\sqrt{2}+4\pi$

Solución **c)** $4\sqrt{2}+3\pi$

Considere la figura



Considere la figura:

Cada lado del triángulo mide $2+x$, por Pitágoras

$$
\begin{aligned}
(2+x)^2+(2+x)^2 &= (2r)^2 \\
\Rightarrow 2(2+x)^2 &= 4\cdot 2^2 \\
\Rightarrow (2+x)^2 &= 8 \\
\Rightarrow 2+x &= \sqrt{8} \\
\Rightarrow x &= 2\sqrt{2}-2
\end{aligned}
$$

Ahora el perímetro esta dado por

$$\frac{3}{4}\cdot \pi r^2+2x+2r$$

$$\frac{3}{4}\cdot \pi 4+4\sqrt{2}-4+4$$

$$3\pi+4\sqrt{2}$$

12. Mary Jane Watson y Harry Osborn observan, desde diferentes pisos de un mismo edificio, a Spider-Man escalando la pared del edificio del frente. Si Mary Jane observa con un ángulo de elevación de 30°, y el ángulo de depresión de Harry es de 45° y la distancia entre los dos edificios es de 30 metros, la distancia entre Harry y Mary Jane es

(a) $40\sqrt{3}$

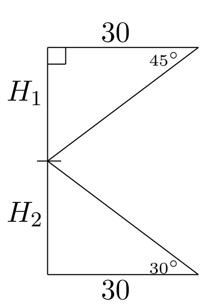
(b) $30+10\sqrt{3}$

(c) $30\sqrt{3}+10$

(d) $30\sqrt{3}+30$

Solución **b)** $30+10\sqrt{3}$

Considere la figura



Así se tiene que

$\frac{H_1}{30} = \tan 45^\circ \Rightarrow H_1 = 30 \cdot \tan 45^\circ = 30$

Además

$\frac{H_2}{30} = \tan 30^\circ \Rightarrow H_2 = 30 \cdot \tan 30^\circ = 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3}$

$\therefore H = H_1 + H_2 = 30 + 10\sqrt{3}$

13. La cantidad de soluciones de la ecuación

$$\sqrt{3+\frac{1}{2}\sqrt{x}} - \sqrt{3-\frac{1}{2}\sqrt{x}} = 1$$

es

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) infinita

Solución **b)** 1

$$\sqrt{3+\frac{1}{2}\sqrt{x}} - \sqrt{3-\frac{1}{2}\sqrt{x}} = 1$$

$$\Rightarrow 3+\frac{1}{2}\sqrt{x} - 2\sqrt{9-\frac{1}{4}x} + 3 - \frac{1}{2}\sqrt{x} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2} = \sqrt{9-\frac{1}{4}x}$$

$$\Rightarrow \frac{25}{4} = 9 - \frac{1}{4}x$$
$$\Rightarrow 25 = 36 - x$$

$$\Rightarrow x = 11$$

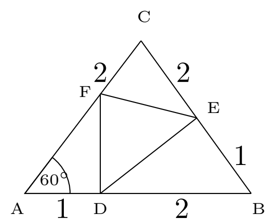
$\therefore$ la ecuación tiene sólo una solución

14. Sea el $\triangle ABC$ equilátero de lado 3, y sean D, E, F puntos en $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$ respectivamente tales que $AD = BE = CF = 1$, determine el perímetro del $\triangle DEF$

    (a) 9
    (b) 6
    (c) $\sqrt{3}$
    (d) $3\sqrt{3}$

    Solución **d)** $3\sqrt{3}$

    Considere la figura:



Los trángulos $\triangle ADF$, $\triangle CFE$ y $\triangle EBD$ son rectángulos (especiales) así $FD = FE = ED = \sqrt{3}$

$\therefore \triangle DEF = 3\sqrt{3}$

15. Dos comerciantes de vino deben llevar su producto en barco. Para no gastar su dinero pagan el transporte con vino. El primero lleva 64 barriles, para pagar su viaje entrega 5 barriles y 40 monedas. El segundo lleva 20 barriles, paga con 2 barriles y recibe 40 monedas de vuelto. Si el precio de los barriles es el mismo y el barquero cobra un monto fijo por cada barril transportado, el valor de cada barril es

    (a) 100
    (b) 110
    (c) 120
    (d) 130

    Solución **b)** 110

    Como el primero pagó con 5 barriles, en realidad transportó 59 barriles. Igualmente el segundo comerciante transportó 18 barriles. Sea x el precio de cada barril y y el costo de su transporte. Se tiene así que

$$\begin{cases} 59y = 5x + 40 \\ 18y = 2x - 40 \end{cases}$$

Resolvieno el sistema se tiene que $y = 10$ y $x = 110$

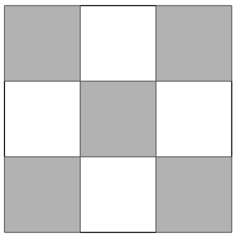
16. La cantidad de maneras distintas que se pueden acomodar los números del 1 al 9 en una cuadrícula de 3×3 de tal manera que no hayan dos números de la misma paridad (pares o impares) en celdas que compartan un lado corresponde a

    (a) 144

(b) 2808
(c) 2880
(d) 3000

Solución **c)** 2880

Si pintamos la cuadrícula como se ve en la siguente figura, se observa que los números pares deben ir en celdas blancas y los impares en celdas negras, ya que hay 5 impares y 4 pares. Los pares se acomodan de $4! = 24$ formas y los impares de $5! = 120$ formas, por lo tanto, en total hay $24 \cdot 120 = 2880$ formas de acomodar los números.



17. Si a y b son dos números reales positivos tales que $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 3$ entonces el valor de $\frac{a+b}{a-b}$ es

(a) $\sqrt{2}$
(b) $\sqrt{3}$
(c) 2
(d) $\sqrt{5}$

Solución **d)** $\sqrt{5}$

La ecuación $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 3$ es equivalente a

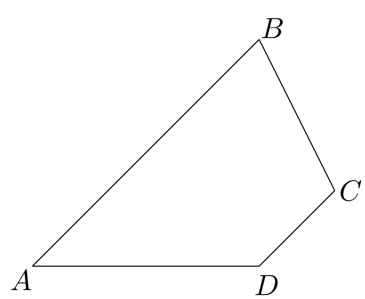
$$a^2 + b^2 = 3ab \tag{1}$$

Si en ambos miembros de la ecuación (1) se suma $2ab$ se obtiene $(a+b)^2 = 5ab$. Si en (1) se suma $-2ab$ se obtiene $(a-b)^2 = ab$. Ahora,

$$\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2 = \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} = \frac{5ab}{ab} = 5$$

Por tanto, $\frac{a+b}{a-b} = \sqrt{5}$.

18. En la figura los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son paralelos y $m\angle ADC = 2m\angle ABC$. Si $a = AD$ y $b = CD$ entonces la longitud del segmento $\overline{AB}$ es



(a) $a + 2b$
(b) $a + b$
(c) $3a - b$
(d) $2a + b$

Solución **b)** $a + b$

Sea P el punto de intersección de la bisectriz del $\angle ADC$, por ser $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ paralelos $m\angle APD = m\angle PDC$ ya que son ángulos alternos internos y como $m\angle ADP = m\angle PDC$ entonces el triángulo APD es isósceles con $AP = AD$. Como $m\angle APD = \frac{1}{2}m\angle ADC = m\angle ABC$ se tiene que $PBDC$ es un paralelogramo y así $PB = DC$. Finalmente $AB = AP + PB = a + b$.

19. Sean a, b, x, y números reales tales que $xy = b$ y $\dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{y^2} = a$. El el valor de $(x + y)^2$ es

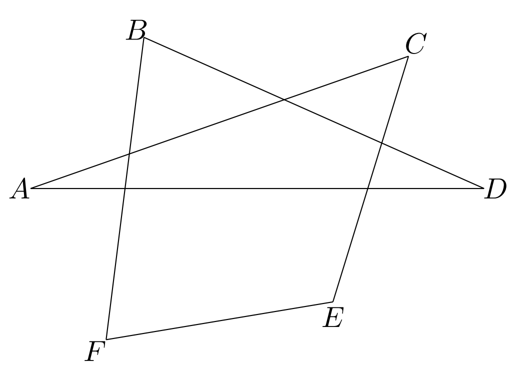
(a) $(a + 2b)^2$
(b) $b(ab + 2)$
(c) $\dfrac{1}{a} + 2b$
(d) $ab(b + 2)$

Solución **b)** $b(ab + 2)$

$$\begin{aligned} a = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{x^2} + \frac{2}{xy} + \frac{1}{y^2} - \frac{2}{xy} &= \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2 - \frac{2}{xy} \\ &= \left(\frac{x+y}{xy}\right)^2 - \frac{2}{xy} \\ &= \frac{(x+y)^2}{(xy)^2} - \frac{2}{xy} \\ &= \frac{(x+y)^2}{b^2} - \frac{2}{b} \end{aligned}$$

Entonces $(x + y)^2 = b^2\left(a + \frac{2}{b}\right) = b(ab + 2)$.

20. Si la suma de las medidas en grados de los ángulos A, B, C, D, E, F de la figura es $90n$ entonces el valor de n corresponde a



(a) 3
(b) 4
(c) 5
(d) 6

Solución **b)** 4

Sean P y Q las intersecciones de $\overline{AD}$ con $\overline{BF}$ y $\overline{EC}$ respectivamente. Si se denota $\angle P = \angle FPQ$ y $\angle Q = \angle EQP$, dado que la suma de los ángulos internos del cuadrilátero $EFPQ$ es 360°, y la suma de los tres ángulos internos en cada uno de los triángulos DPB y AQC es 180° obtenemos las siguientes tres ecuaciones:

$$\begin{aligned} \angle F + \angle P + \angle Q + \angle E &= 360^\circ \\ \angle B + (180^\circ - \angle P) + \angle D &= 180^\circ \\ \angle C + (180^\circ - \angle Q) + \angle A &= 180^\circ \end{aligned}$$

Si se suman estas tres ecuaciones se obtiene que $90n = \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle R + \angle F = 360^\circ$, y así, $n = 4$.

21. Determine el valor de la siguiente operación

$$(2014 - 1) \cdot (2013 - 2) \cdot (2012 - 3) \cdots (2 - 2013) \cdot (1 - 2014)$$

(a) 0
(b) $(2013 \cdot 2011 \cdot 2009 \cdots 5 \cdot 3 \cdot 1)^2$
(c) $-(2013 \cdot 2011 \cdot 2009 \cdots 5 \cdot 3 \cdot 1)^2$
(d) 2014

Solución **c)** $-(2013 \cdot 2011 \cdot 2009 \cdots 5 \cdot 3 \cdot 1)^2$

Observe que la suma en cada paréntesis es el mismo número 2015. Entonces se puede ver que

$$(2014 - 1)(2013 - 2) \cdots (1009 - 1006) \cdot (1008 - 1007) = 2013 \cdot 2011 \cdot 2009 \cdot 3 \cdot 1.$$

Es decir el producto de todos los número impares desde 2013 hasta 1. El número de impares hasta 2013 es 1007 números.

Ahora bien el producto

$$(1007 - 1008)(1006 - 1009) \cdots (3 - 2012)(2 - 2013)(1 - 2014) = -1 \cdot -3 \cdot -5 \cdots -2009 \cdot -2011 \cdot -2013.$$

Esta última cantidad es en valor absoluto igual que la anterior, por el momento. Necesitamos ver cuántos signos menos hay. Con lo establecido en el párrafo anterior sabemos que hay 1007 signos menos, luego su producto es - el producto de los números impares desde 2013 hasta el 1.

En resumen, todo el producto es igual a $-(2013 \cdot 2011 \cdot 2009 \cdots 5 \cdot 3 \cdot 1)^2$.

22. Si $a \cot \alpha = b \csc \alpha$, $0 < \alpha \leq \dfrac{\pi}{2}$ entonces el valor de $a^2 \csc^2 \alpha - b^2 \cot^2 \alpha$ corresponde a

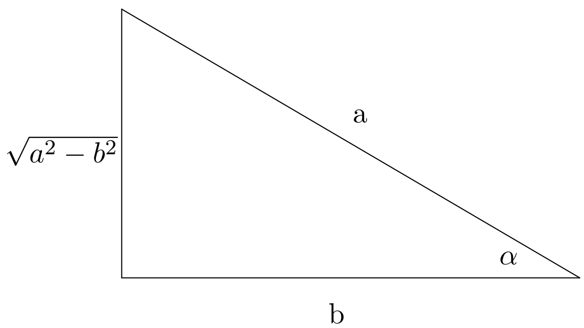
(a) $a + b$
(b) $a^2 + b^2$

(c) 1

(d) 0

Solución **b)** $a^2 + b^2$

$$a\cot\alpha = b\csc\alpha \Rightarrow a\frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha} = b\frac{1}{sen\alpha} \overset{\alpha\neq 0}{\Rightarrow} \cos\alpha = \frac{b}{a}$$



$$\csc\alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}} \wedge \cot\alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}}$$

$$\begin{aligned} a^2\csc^2\alpha - b^2\cot^2\alpha &= \frac{a^4}{a^2-b^2} - \frac{b^4}{a^2-b^2} \\ &= \frac{a^4-b^4}{a^2-b^2} \\ &= \frac{(a^2-b^2)(a^2+b^2)}{a^2-b^2} \\ &= a^2+b^2 \end{aligned}$$

23. Al factorizar el polinomio $9x^4y^6 - 24x^2y^3z + 7z^2$ uno de los factores que se obtiene es

(a) $3x^2y^3 + 5z$

(b) $3x^2y^3 + 4z$

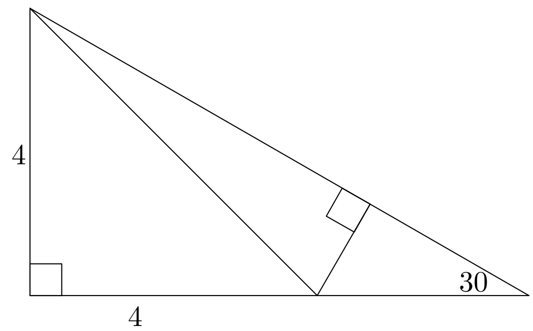
(c) $3x^2y^3 + 7z$

(d) $3x^2y^3 - z$

Solución **d)** $3x^2y^3 - z$

$$\begin{aligned} 9x^4y^6 - 24x^2y^3z + 7z^2 &= (9x^4y^6 - 24x^2y^3z + 16z^2) - 9z^2 \\ &= (3x^2y^3 - 4z)^2 - 9z^2 \\ &= (3x^2y^3 - 4z - 3z)(3x^2y^3 - 4z + 3z) \\ &= (3x^2y^3 - 7z)(3x^2y^3 - z) \end{aligned}$$

24. Según los datos de la siguiente figura, el valor de $\cos(75^o)$ es



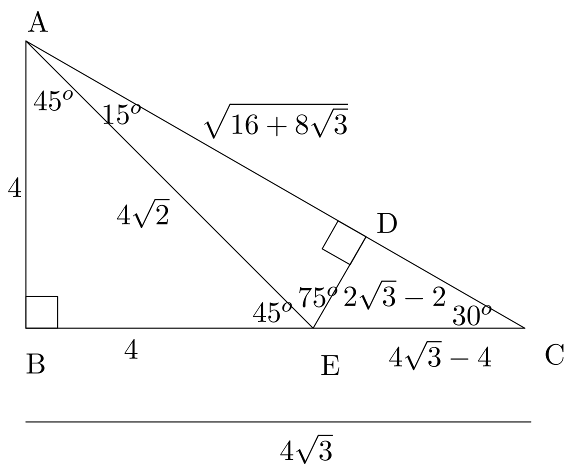
(a) $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

(b) $\dfrac{\sqrt{32+16\sqrt{3}}}{8}$

(c) $\dfrac{\sqrt{16+8\sqrt{3}}}{2\sqrt{3}-2}$

(d) $\dfrac{\sqrt{32+16\sqrt{3}}}{4+2\sqrt{3}}$

Solución **a)** $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$



$m\angle BAC = m\angle BEA = 45^o$ pues $\triangle ABE$ es rectángulo isósceles. Además $m\angle EAD = 15^o$ ya que $m\angle BAC = 60^o$. Así $m\angle AED = 75^o$ puesto que $\triangle AED$ es rectángulo.

$AE = 4\sqrt{2}$ (triángulo especial $90-45-45$)

$BC = 4\sqrt{3}$ (triángulo especial $90-30-60$)

$EC = BC - EC = 4\sqrt{3}-4$

$ED = \dfrac{4\sqrt{3}-4}{2} = 2\sqrt{3}-2$ (triángulo especial $90-60-30$)

Por último $\cos 75^o = \dfrac{2\sqrt{3}-2}{4\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

25. Si $x^2+y^2+z^2=xy+xz+yz$ entonces la expresión

$$\sqrt[7]{\frac{x^8+y^8+z^8}{(x+y+z)^8}}+\sqrt[8]{\frac{x^9+y^9+z^9}{(x+y+z)^9}}+\sqrt[9]{\frac{x^{10}+y^{10}+z^{10}}{(x+y+z)^{10}}}$$

es igual a

(a) 1
(b) 2
(c) 3
(d) 4

Solución **a)** 1

Si se multiplica por 2 la ecuación $x^2+y^2+z^2=xy+xz+yz$ se obtiene

$$(x-y)^2+(y-z)^2+(x-z)^2=0$$

con lo cual $x-y=y-z=x-z=0$, o sea, $x=y=z$ y entonces

$$\begin{aligned}
&\sqrt[7]{\frac{x^8+y^8+z^8}{(x+y+z)^8}}+\sqrt[8]{\frac{x^9+y^9+z^9}{(x+y+z)^9}}+\sqrt[9]{\frac{x^{10}+y^{10}+z^{10}}{(x+y+z)^{10}}}\\
=\ &\sqrt[7]{\frac{x^8+x^8+x^8}{(x+x+x)^8}}+\sqrt[8]{\frac{x^9+x^9+x^9}{(x+x+x)^9}}+\sqrt[9]{\frac{x^{10}+x^{10}+x^{10}}{(x+x+x)^{10}}}\\
=\ &\sqrt[7]{\frac{3x^8}{(3x)^8}}+\sqrt[8]{\frac{3x^9}{(3x)^9}}+\sqrt[9]{\frac{3x^{10}}{(3x)^{10}}}\\
=\ &\sqrt[7]{\frac{1}{3^7}}+\sqrt[8]{\frac{1}{3^8}}+\sqrt[9]{\frac{1}{3^9}}\\
=\ &\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\\
=\ &1
\end{aligned}$$