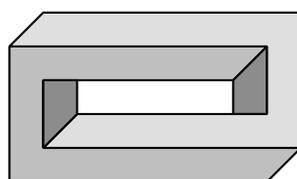


XXXIV OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICAS

MEP - UCR - TEC - UNA - UNED - MICITT



PRIMERA ELIMINATORIA NACIONAL



Nivel I

(7°)

2022



TEC | Tecnológico de Costa Rica



Estimado estudiante:

La Comisión de las Olimpiadas Costarricenses de Matemáticas 2022 le saluda y le da la más cordial bienvenida a la Primera Eliminatoria Nacional de estas justas académicas, deseándole los mayores éxitos.

La prueba consta de un total de 20 preguntas de selección única.

Puede consultar la lista de estudiantes clasificados a partir del **viernes 8 de Julio**, en la siguiente dirección electrónica:

www.olcoma.ac.cr

INDICACIONES GENERALES

- Esta eliminatoria tiene un formato virtual por tanto las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la plataforma de EstudiaU de la UNED.
- Debe trabajar en forma individual.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no necesariamente están hechos a escala.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.

SIMBOLOGÍA

\overline{AB}	segmento de extremos A y B	$\angle ABC \approx \angle DEF$	congruencia de ángulos
AB	medida de \overline{AB}	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
\overrightarrow{AB}	rayo de extremo A y que contiene a B	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia respectiva entre puntos
\overleftrightarrow{AB}	recta que contiene los puntos A y B	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\angle ABC$	ángulo de rayos \overrightarrow{BA} y \overrightarrow{BC}	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	medida de $\angle ABC$	\widehat{AB}	arco de extremos A y B
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A, B, C	$m\widehat{AB}$	medida de \widehat{AB}
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices A, B, C, D	(ABC)	área de $\triangle ABC$
\parallel	paralelismo	$(ABCD)$	área de $\square ABCD$
\perp	perpendicularidad	$P - Q - R$	P, Q, R puntos colineales, con Q entre los puntos P y R

I Parte: Selección única

Valor 40 puntos, 2 puntos c/u

1. La suma de los divisores positivos de 2022 corresponde a:

- (a) 4056
- (b) 4050
- (c) 3382
- (d) 3376

2. Bryan tiene una colección de carritos de juguete, se sabe que tiene menos de 100 carritos y que al acomodarlos en filas de 10 le sobran 2, y si los acomoda en filas de 9 le sobra 1, entonces el número de carritos que tiene Bryan corresponde a
- (a) 62
 - (b) 72
 - (c) 82
 - (d) 92

3. Un número se llama *Chonete* si es mayor que el cuadrado de la suma de sus dígitos, por ejemplo el número 231 es *Chonete* porque $231 > (2 + 3 + 1)^2$, entonces la cantidad de números *Chonete* de dos dígitos corresponde a:
- (a) 27
 - (b) 23
 - (c) 22
 - (d) 21

4. Considere el $\triangle ABC$ acutángulo. Sean D y E puntos en \overline{AB} y \overline{BC} , respectivamente, tal que $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$. Si $m\angle ABC = 30^\circ$, $m\angle EDB = 70^\circ$ y $m\angle CAE = 12^\circ$, entonces la medida del ángulo AEB corresponde a

- (a) 92°
- (b) 100°
- (c) 88°
- (d) 110°

5. Sean m y n números enteros positivos tales que $m > n$. Si al dividir m por n se obtiene cociente 20 y residuo 9, entonces el residuo que se obtiene al dividir $3m$ por 5 corresponde a

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 4

6. Cierta plataforma de streaming (proyección de películas en línea) contiene en su cartelera únicamente películas de terror, comedia y drama. Si hay 100 películas de drama y representa un 40 % del total de películas de la plataforma, y además las películas de terror es un 20 % de las de comedia, entonces ¿cuántas películas de terror tiene la plataforma?

- (a) 35
- (b) 15
- (c) 30
- (d) 25

7. Carlos tiene cierta cantidad de postales y las repartirá entre 3 amigos. Al primero le da las dos terceras partes del total de postales, al segundo le da una quinta parte de lo que le dió al primero, y al tercero le da las restantes que corresponden a 30 postales. ¿Cuántas postales recibió el segundo amigo?
- (a) 25
 - (b) 30
 - (c) 45
 - (d) 20

8. Cinco personas juegan un torneo de tenis de mesa, cada jugador debe enfrentarse a los demás. Si gana obtiene 2 puntos, si empata obtiene 1 punto y si pierde 0 puntos. Al final del torneo se presentó la menor cantidad de partidos ganados de forma que todos los participantes tenían una cantidad distinta de puntos. Si sumamos los puntos obtenidos por cada jugador en los partidos empatados, el resultado corresponde a

(a) 20

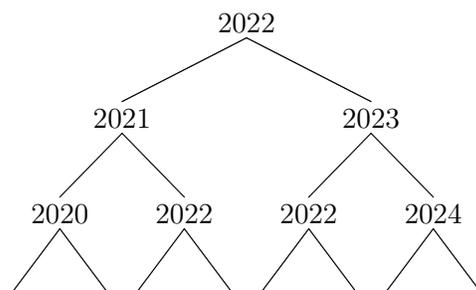
(b) 16

(c) 14

(d) 12

9. Se genera un diagrama como el siguiente, en el cual se inicia con 2022 y en el primer paso se generan dos números, restando y sumando uno al anterior. En el segundo paso se hace lo mismo con cada uno de los dos números obtenidos en el paso anterior. Si se continúa de la misma forma y de los números obtenidos en el cuarto paso se toma uno al azar, la probabilidad de que el número tomado sea 2022 corresponde a

- (a) $\frac{3}{8}$
- (b) $\frac{1}{16}$
- (c) $\frac{3}{16}$
- (d) $\frac{1}{8}$

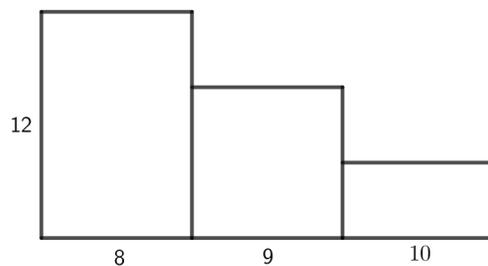


10. En una caja se tienen 2021 bolas rojas, 2022 bolas blancas y 2023 bolas azules, cuya única diferencia es el color. La cantidad mínima de bolas que deben sacarse para tener certeza que se sacaron bolas de los tres colores diferentes es

- (a) 2025
- (b) 4044
- (c) 4046
- (d) 6066

11. De acuerdo con los datos que proporciona la figura adjunta, formada por 3 rectángulos, el perímetro corresponde a

- (a) 39
- (b) 78
- (c) 162
- (d) 324



12. María, Victoria, Deborah y Natalia participaron de una Olimpiada de Matemática y una de ellas obtuvo una medalla. El tutor, quién desconoce los resultados obtenidos, les consulta cómo les fue. Ellas responden de la siguiente forma:

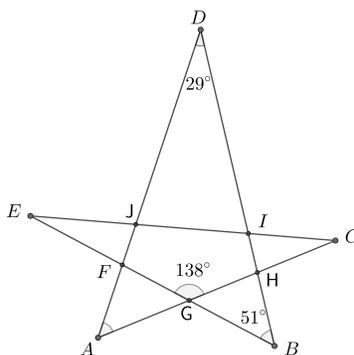
- Deborah: María obtuvo medalla.
- María: Victoria obtuvo medalla.
- Victoria: María no obtuvo medalla.
- Natalia: Profe no obtuve medalla.

Si tres de ellas mienten, entonces ¿quién obtuvo medalla?

- (a) María
- (b) Victoria
- (c) Deborah
- (d) Natalia

13. En mi colegio Juan, Carlos y Abel trabajan en diferentes puestos: misceláneo, profesor de matemáticas y bibliotecario. Se sabe que alguno de ellos ha trabajado 10 años, otro 5 años y el otro 2 años. El misceláneo le ha dicho a Abel que sus alumnos hacen mucha bulla, Carlos es más antiguo que el profesor, pero no tanto como el misceláneo. Juan ha visto salir a muchas generaciones de estudiantes. Es cierto que
- (a) Abel trabaja como profesor del colegio hace 10 años.
 - (b) Carlos trabaja como profesor de matemáticas.
 - (c) Juan trabaja como misceláneo.
 - (d) el bibliotecario tiene 2 años de trabajar en el colegio.

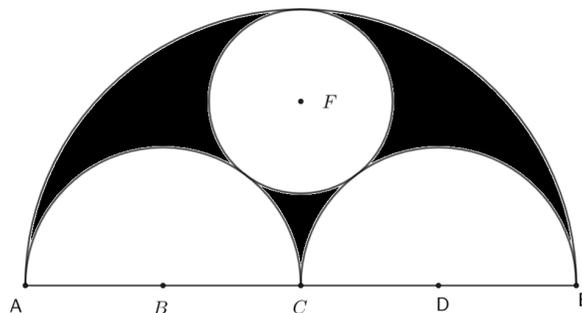
14. Considere la siguiente figura adjunta:



Según la información anterior, la $m\angle FAG$ corresponde a

- (a) 42°
- (b) 58°
- (c) 80°
- (d) 87°

15. En la siguiente figura $AB = BC = CD = DE = 3$ y el radio de la circunferencia de centro F es 2.



Según la información anterior, el área de la región sombreada corresponde a

- (a) $4\pi \text{ cm}^2$
- (b) $5\pi \text{ cm}^2$
- (c) $9\pi \text{ cm}^2$
- (d) $14\pi \text{ cm}^2$

16. La suma de tres números naturales consecutivos es 2022. El resultado que se obtiene al sumar los últimos dígitos de los tres números consecutivos corresponde a

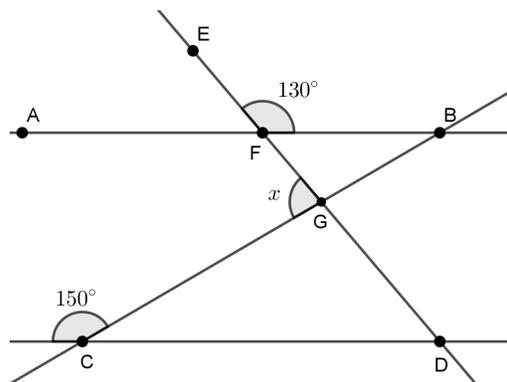
- (a) 12
- (b) 15
- (c) 18
- (d) 21

17. Beto trabaja en una frutería donde venden bananos, peras y mangos. Cada banano pesa 150 gramos, cada pera pesa 275 gramos y cada mango pesa 500 gramos. Carlos selecciona algunas frutas y las pone en la balanza. Sin ver las frutas que Carlos lleva, Beto observa que el peso total es 2,25 kg (es decir, 2250 g). Con total certeza, Beto puede decir que Carlos lleva
- (a) al menos 5 bananos.
 - (b) no más de 5 peras.
 - (c) un número par de peras.
 - (d) un número par de mangos.

18. En el triángulo ABC el segmento AB es el lado mayor. Los puntos P y Q son tales que $A - P - Q - B$ y $PC = QC$. El punto R es tal que R es en el interior de \overline{AC} y $\overrightarrow{PR} \parallel \overrightarrow{CB}$. Además $m\angle PCQ = 60^\circ$ y $m\angle QCB = 25^\circ$. La medida del ángulo APR corresponde a
- (a) 25°
 - (b) 35°
 - (c) 60°
 - (d) 90°

19. Si $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ y las rectas ED y CB se cortan en G como se muestra en la figura, entonces el valor de x corresponde a

- (a) 40°
- (b) 80°
- (c) 100°
- (d) 140°



20. En la siguiente figura, cada cuadrado pequeño tiene área 1, entonces el perímetro de la figura corresponde a

- (a) 19
- (b) 22
- (c) 28
- (d) 29

