



XXXI OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICA
FINAL NACIONAL
DÍA 1 - NIVEL I
Lunes 18 de noviembre de 2019
Tiempo disponible: 3 horas

#1 En la escuela de Santiago hicieron un torneo de futbol. El equipo de Santiago ya jugó tres partidos, en ellos metió cuatro goles y le metieron uno. Si por cada juego ganado les dan 3 puntos, por cada empate 1 punto y por cada partido perdido no les dan ningún punto, Determine todas las posibles sumas de puntos del equipo de Santiago en este momento.

#2 Para cada entero positivo n se considera la suma de sus dígitos y este proceso se repite hasta que la suma sea un número de un dígito; denotamos por $s(n)$ a este último dígito. Por ejemplo, para 2019 se tiene que $2 + 0 + 1 + 9 = 12$, luego $1 + 2 = 3$ y así $s(2019) = 3$.

En el año 19 se realiza la edición 31 de OLCOMA y se tiene que $s(19) = 1$ y $s(31) = 4$ ambos son cuadrados perfectos. Determine todos los años X entre 1 y 99, inclusive, en los que, si en el año X se realiza la edición Y , entonces $s(X)$ y $s(Y)$ son ambos cuadrados perfectos.

#3 Sea $\triangle ABC$ un triángulo acutángulo y sea O un punto en su interior tal que $OA = OB = OC$.
Determine $\frac{m\angle CAB}{m\angle BOC}$

