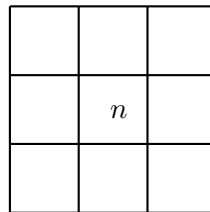




XXXI OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICAS
FINAL NACIONAL
DÍA 1 - NIVEL II
Lunes 18 de noviembre de 2019
Tiempo disponible: 3 horas

#1 Sean a y b dos números reales tales que $ab = 5$ y $a(2b^2 + 3) - b(2a^2 + 3) = 91$. Determine el valor de la expresión $a^2 + b^2$.

#2 Considere la cuadrícula de la figura adjunta. En cada una de las casillas se escribe un entero, de manera que la suma de los nueve números es 500. Se sabe, además, que los números de cualesquiera dos casillas vecinas difieren en una unidad (son vecinas dos casillas que tienen un lado en común). Determine el valor n de la casilla central.



#3 Considere el paralelogramo $\square ABCD$. Sean E y F puntos, tales que $A - E - B$ y $B - F - C$, con \overline{DE} bisectriz del $\angle ADF$ y $DF = AE + CF$. La línea recta que pasa por C y es perpendicular a \overline{DE} interseca a \overline{AD} en G , tal que $A - G - D$. Si se tiene que $AE = 7$, determine DG .