



# XXIX Olimpiada Costarricense de Matemática

## Nivel III – Día 1

Lunes 13 de noviembre de 2017

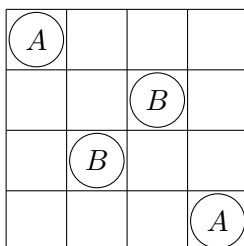
#1 Sean el hexágono regular  $ABCDEF$  inscrito en una circunferencia de centro  $O$ ,  $N$  un punto tal que  $E - N - C$ ,  $M$  un punto tal que  $A - M - C$  y  $R$  un punto en la circunferencia, tal que  $D - N - R$ . Si  $m\widehat{EFR} = 90^\circ$ ,  $\frac{AM}{AC} = \frac{CN}{CE}$  y  $AC = \sqrt{3}$ , determine  $AM$ .

#2 Determine el máximo común divisor de los números:

$$5^5 - 5, 7^7 - 7, 9^9 - 9, \dots, 2017^{2017} - 2017.$$

#3 Un juego consiste de una cuadrícula de  $4 \times 4$  y fichas de dos colores (Amarillas y Blancas). Un jugador elige un tipo de ficha y se la da al segundo jugador quien la coloca donde quiera, luego el segundo jugador elige un tipo de ficha y se la da al primero quien la coloca donde quiera, continúan de este modo y gana el que logre formar una línea con tres fichas del mismo color (horizontal, vertical o diagonal y sin importar si es la ficha con la que inició o no).

Antes de iniciar la partida ya se encuentran colocadas dos fichas amarillas y dos blancas tal como muestra la figura siguiente



Yolanda y Xinia juegan una partida. Si Yolanda inicia (escogiendo la ficha y dándosela a Xinia para que esta la coloque) indique si existe una estrategia ganadora para alguna de las dos jugadoras y, en caso de existir, describa la estrategia.

Tiempo: tres horas

Cada problema vale siete puntos