

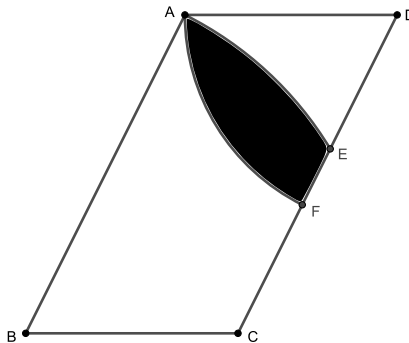
XXXI OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICAS
FINAL NACIONAL
DÍA 1 - NIVEL III

Lunes 18 de noviembre de 2019

Tiempo disponible: 3 horas

#1 En un lugar lejano del Universo, un villano tiene una medalla con poderes especiales y quiere esconderla para que nadie más la pueda usar. Para esto, el villano la esconde en un vértice de un polígono regular de 2019 lados. Olcoman, el salvador del pueblo Olcomita, quiere conseguir la medalla para restablecer la paz en el Universo, para lo cual tiene que pagar 1000 olcolones por cada vez que realiza la siguiente jugada: en cada turno elige un vértice del polígono, el cual se torna verde si la medalla está en él o en alguno de los cuatro vértices más cercanos a él, o rojo en caso contrario. Encuentre la menor cantidad de olcolones que Olcoman necesita para determinar con certeza la posición de la medalla.

#2 Considere el paralelogramo $\square ABCD$, con $m\angle ABC = 60^\circ$ y lados $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$. Sea ω el círculo de centro B y radio BA , y sea τ el círculo de centro D y radio DA . Determine el área de la región entre las circunferencias ω y τ , dentro del paralelogramo $\square ABCD$ (el área de la región sombreada).



#3 Sean x, y dos números enteros positivos, con $x > y$, tal que $2n = x + y$, donde n es un número entero de dos dígitos. Si \sqrt{xy} es un número entero con los dígitos de n pero en orden inverso, determine el valor de $x - y$.