



XXXI OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICA
FINAL NACIONAL
DÍA 2 - NIVEL III
Martes 19 de noviembre de 2019
Tiempo disponible: 3 horas

- #4 Sea $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función lineal tal que $g(1) = 0$. Si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función cuadrática tal que $g(x^2) = f(x)$ y $f(x+1) - f(x-1) = x$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Determine el valor de $f(2019)$.
- #5 Se tiene a_n una sucesión tal que $a_n = 2 \cdot 10^{n+1} + 19$. Determine todos los primos p , con $p \leq 19$, para los cuales existe algún $n \geq 1$ tal que p divide a a_n .
- #6 Considere el $\triangle ABC$ isósceles recto en A. Sea L la intersección de la bisectriz del $\angle ACB$ con \overline{AB} y K el punto de intersección de \overline{CL} con la mediatriz de \overline{BC} . Sea X el punto en \overleftrightarrow{AK} tal que $m\angle KCX = 90^\circ$ y sea Y el punto de intersección de \overline{CX} con el circuncírculo de $\triangle ABC$. Sea Y' la reflexión del punto Y respecto a \overline{BC} . Pruebe que $B - K - Y'$.