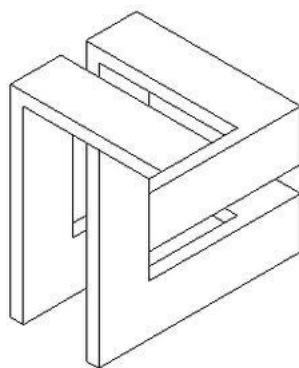


# XXXI Olimpiada Costarricense de Matemáticas

MEP-UNA-UCR-MICITT-UNED-ITCR



## II Eliminatoria



Nivel I

(7°)

2019



Estimado estudiante:

La Comisión Organizadora de las Olimpiadas Costarricenses de Matemáticas le saluda y felicita por haber clasificado a la segunda eliminatoria nacional de estas justas académicas. La prueba consta de dos partes: una primera parte de 10 preguntas de selección única, ponderadas con dos puntos cada respuesta correcta, y una segunda parte con dos preguntas de desarrollo, con un valor de siete puntos cada solución correcta.

Los resultados de esta eliminatoria se publicarán a partir del viernes 4 de octubre, en la siguiente dirección electrónica:

[www.olcoma.com](http://www.olcoma.com)

### INDICACIONES GENERALES

- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en las hojas de respuestas que se le han entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no están hechos a escala.
- El formulario de preguntas es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en las hojas de respuestas.

### SIMBOLOGÍA

$\overline{AB}$	segmento de extremos $A$ y $B$	$\angle ABC \cong \angle DEF$	congruencia de ángulos
$AB$	medida de $\overline{AB}$	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
$\overrightarrow{AB}$	rayo de extremo $A$ y que contiene a $B$	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia respectiva entre puntos
$\overleftrightarrow{AB}$	recta que contiene los puntos $A$ y $B$	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\angle ABC$	ángulo de rayos $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	medida de $\angle ABC$	$\widehat{AB}$	arco de extremos $A$ y $B$
$\triangle ABC$	triángulo de vértices $A, B, C$	$m\widehat{AB}$	medida de $\widehat{AB}$
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices $A, B, C, D$	$(ABC)$	área de $\triangle ABC$
$\parallel$	paralelismo	$(ABCD)$	área de $\square ABCD$
$\perp$	perpendicularidad	$P - Q - R$	$P, Q, R$ puntos colineales, con $Q$ entre los puntos $P$ y $R$

## I Parte: Selección única

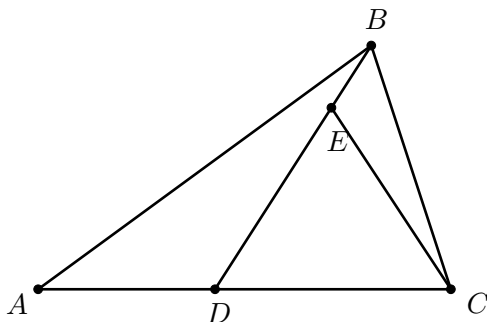
Valor 20 puntos, 2 pts c/u

1. La suma de siete enteros consecutivos es 1001. La suma del menor y el mayor de estos siete números es

- (a) 288
- (b) 287
- (c) 286
- (d) 285

2. Considere el  $\triangle ABC$  de la figura adjunta. Si se tiene que  $m\angle BAC = 42^\circ$ ,  $m\angle BDC = 56^\circ$ ,  $DC = DE$  y  $AB = AC$ , entonces  $m\angle BCE$  corresponde a

- (a)  $7^\circ$
- (b)  $8^\circ$
- (c)  $13^\circ$
- (d)  $14^\circ$



3. Considere la sucesión de símbolos  $xx222\alpha\alpha\alpha\beta xx222\alpha\alpha\alpha\beta xx222\alpha\alpha\alpha\beta \dots$ . Si se continúa de manera indefinida con el patrón, determine el símbolo que aparece en la posición 2019.

- (a)  $x$
- (b) 2
- (c)  $\alpha$
- (d)  $\beta$

4. Seis bolsas contienen 18, 19, 21, 23, 25 y 34 bolitas, respectivamente. Las bolsas contienen únicamente bolitas que son del mismo peso, tamaño y textura. Cinco de las bolsas contienen únicamente bolitas de color azul y la otra bolsa solo tiene bolitas rojas. Juan toma tres de las bolsas y Jorge toma dos de las restantes tres bolsas. Si solo quedó sin ser seleccionada la bolsa de bolitas rojas y Juan obtuvo el doble de bolitas que Jorge, entonces la cantidad de bolitas rojas es
- (a) 19
  - (b) 21
  - (c) 23
  - (d) 34
5. Sea  $A$  el área de un rectángulo cuyos lados miden  $a$  y  $b$ , respectivamente. Un nuevo rectángulo se obtiene al incrementar  $a$  en 30% y disminuir  $b$  en 10%. Con certeza, el área del nuevo rectángulo es el área  $A$
- (a) incrementada en 17%
  - (b) disminuida en 17%
  - (c) incrementada en 20%
  - (d) disminuida en 20%
6. Si se selecciona al azar un número entero mayor que 188 pero menor o igual que 981, la probabilidad de que el número seleccionado sea múltiplo de dos o tres es
- (a)  $\frac{528}{793}$
  - (b)  $\frac{529}{793}$
  - (c)  $\frac{660}{793}$
  - (d)  $\frac{661}{793}$

7. Si se suman dos o más números del conjunto  $\{5, 11, 17, 23, 29, 35\}$ , la cantidad de resultados que corresponden a números primos es

- (a) 3
- (b) 4
- (c) 5
- (d) 6

8. Las casillas de una cuadrícula de  $2019 \times 2019$  están numeradas con 1, 2, 3 y 4 de acuerdo al patrón que se muestra en la figura. Una ficha se coloca en la casilla de la esquina superior izquierda. A cada paso la ficha puede moverse a una casilla vecina que esté abajo o a la derecha. Después de 2019 pasos, el número que tendrá la casilla sobre la que estará la ficha es

- (a) 1 o 4
- (b) 2 o 3
- (c) 1 o 3
- (d) 2 o 4

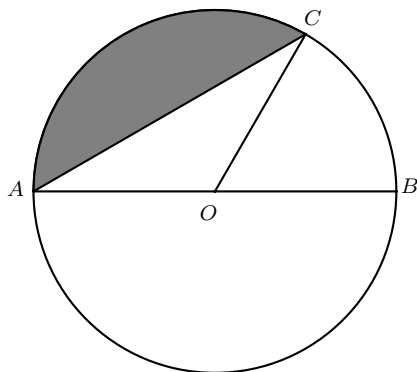
1	2	3	4	1		...	
4	1	2	3	4		...	
3	4	1	2	3		...	
2	3	4	1	2		...	
1	2	3	4	1		...	
						...	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
						...	

9. Sean  $a, b$  y  $c$  los dígitos del número de tres cifras  $abc$ . Si se sabe que el producto de este número con su cifra de unidades es 2 529, el producto de ese mismo número con cifra de las centenas 6 744 y las cifras de las centenas son el doble que las de las decenas, entonces el valor de  $abc \cdot abc$ , siendo este el producto usual, es

- (a) 160 17
- (b) 160 170
- (c) 400 689
- (d) 710 649

10. Considere la figura adjunta en la que  $O$  es el centro de la circunferencia,  $A - O - B$  y  $m\angle BOC = 60^\circ$ . Si  $AB = 12$ , entonces el perímetro de la figura sombreada menos el perímetro del  $\triangle AOC$  es

- (a)  $4\pi - 6$
- (b)  $4\pi - 12$
- (c)  $8\pi - 6$
- (d)  $8\pi - 12$



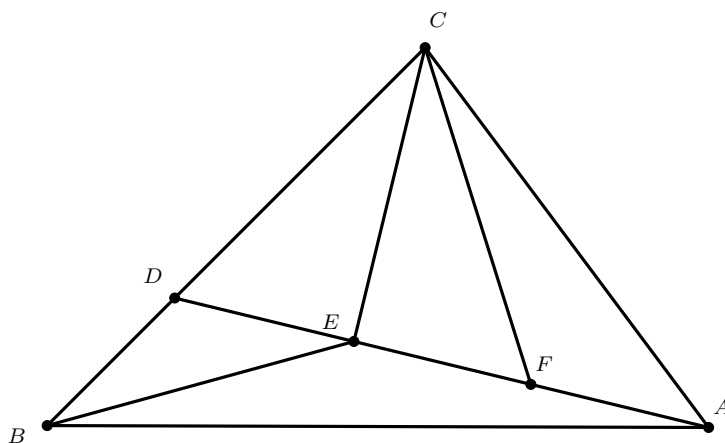
## II Parte: Desarrollo

Valor 14 puntos, 7 pts c/u

**Instrucciones:** Los siguientes ejercicios deben ser resueltos en las hojas adicionales que se le entregaron. **Debe responder cada pregunta en hojas separadas.** Conteste en forma ordenada, completa y clara. Se califica procedimientos y respuesta.

1. En el  $\triangle ABC$ , considere que  $m\angle CBA = 45^\circ$ , además el  $\triangle DCF$  es equilátero y  $BD = EF$ . Determine  $m\angle FCA$

**Pregunta eliminada debido a en el enunciado se omitió el dato de que  $m\angle DEC = 90^\circ$**



2. Una rana roja y una rana verde compiten en una calle de piedras enumeradas del 1 al 20 con las siguientes reglas:
- Ambas ranas inician en la piedra 1 y en cada salto, ambas ranas avanzan a la piedra siguiente.
  - Si la rana roja cae en una piedra cuyo número es múltiplo de 3, entonces en el siguiente turno saltará dos lugares (por ejemplo, si la rana cae en la piedra número 12, en el siguiente turno brincará a la piedra con el número 14).
  - Si la rana verde cae en una piedra cuyo número es primo impar, entonces en el siguiente turno saltará tres lugares (por ejemplo, si la rana cae en la piedra número 5, en el siguiente turno brincará a la piedra con el número 8).
  - Si cualquiera de las ranas llega a la piedra con el número 20, esta regresará a la piedra con el número 4 (no cuenta como salto).
  - Gana la rana que después de cierta cantidad de saltos esté más adelante (pueden quedar empatadas)

Determine cuál rana gana la competencia si deben hacer 2019 saltos.