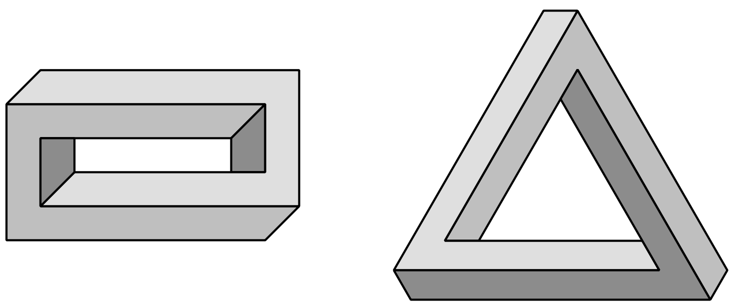
XXXII OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICAS

MEP - UNA - UCR - MICITT - UNED - TEC

SEGUNDA ELIMINATORIA



Nivel I

(7°)

2020

Estimado estudiante:

Puede consultar la lista de estudiantes clasificados a partir del XXX, en la siguiente dirección electrónica: **www.olcoma.com**

La Comisión de las Olimpiadas Costarricenses de Matemáticas 2020 le saluda y le da la más cordial bienvenida a la Segunda Eliminatoria Nacional de estas justas académicas, deseándole los mayores éxitos.
La prueba consta de un total de 20 preguntas de selección única.

INDICACIONES GENERALES

- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la hoja de respuestas que se le ha entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no necesariamente están hechos a escala.
- El formulario de preguntas es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- No se permite el uso de hojas adicionales.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en la hoja de respuestas.

SIMBOLOGÍA

$\overline{AB}$	segmento de extremos A yB	$\angle ABC \approx \angle DEF$	congruencia de ángulos
AB	medida de $\overline{AB}$	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
$\overrightarrow{AB}$	rayo de extremo A y que contiene a B	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia respectiva entre puntos
$\overleftrightarrow{AB}$	recta que contiene los puntos A y B	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\angle ABC$	ángulo de rayos $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	medida de $\angle ABC$	$\widehat{AB}$	arco de extremos A y B
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A, B, C	$m\widehat{AB}$	medida de $\widehat{AB}$
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices A, B, C, D	(ABC)	área de ΔABC
$\parallel$	paralelismo	$(ABCD)$	área de $\square ABCD$
$\perp$	perpendicularidad	$P-Q-R$	P, Q, R puntos colineales, con Q entre los puntos P y R

I Parte: Selección única **Valor 24 puntos, 2 pts c/u**

1. Un grupo de estudiantes realiza una rifa para recaudar fondos. Elabora una lista del 00 al 99 y recorre aula por aula para vender los números. Al finalizar escogen de forma aleatoria el número ganador. La probabilidad de que el número favorecido tenga el digito 8 es

   (a) $\frac{10}{100}$

   (b) $\frac{11}{100}$

   (c) $\frac{19}{100}$

   (d) $\frac{20}{100}$

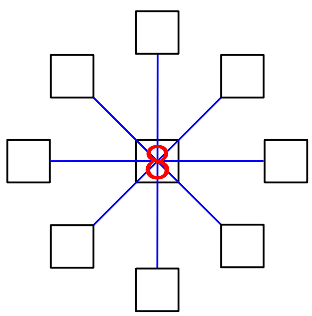
2. Cada uno de los números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7 son escritos una sola vez en cada uno de los ocho cuadrados de la figura adjunta que no contienen número, de manera que se obtienen sumas iguales a lo largo de cada una de las cuatro líneas. Si el número 8 siempre está en el cuadrado del centro x representa la suma en cada una de las líneas, con certeza se puede asegurar que x es

   (a) 15

   (b) 12

   (c) 24

   (d) 16



3. Sean A, B y C dígitos distintos con $A > C$. Si m es el número más grande posible de siete dígitos en el que se usan solo dos dígitos A, dos dígitos B y tres dígitos C, entonces m NO puede ser

   (a) $m = BBCCCAA$

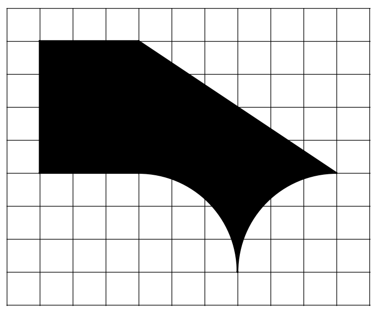
   (b) $m = AABBCCC$

   (c) $m = AACCCBB$

   (d) $m = BBAACCC$

4. La cantidad de números impares de 4 dígitos, múltiplos de 5 que son cuadrados perfectos y no divisibles por 9 es
   (a) 3
   (b) 4
   (c) 5
   (d) 6

5. En la figura adjunta, cada uno de los cuadrados más pequeños tiene área igual a 1 cm^2. Si la figura sombreada está creada por cuatro segmentos y dos trazos curvos que corresponden cada uno a la cuarta parte de una circunferencia, y todos los vértices de la figura corresponden a vértices de la cuadrícula, entonces el área de la región sombreada, en cm^2, corresponde a
   (a) $42 - \dfrac{9\pi}{2}$
   (b) $42 - 9\pi$
   (c) $42 - \dfrac{9\pi}{4}$
   (d) $42 - 3\pi$

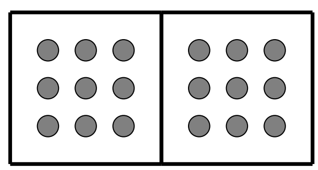


6. La cantidad de números de 5 dígitos de la forma $3a51b$ divisibles por 12 corresponde a
   (a) 6
   (b) 7
   (c) 8
   (d) 9

7. La cantidad de números positivos que son divisibles por 1 001, que tienen exactamente 24 divisores y exactamente tres de esos divisores son primos es
   (a) 6
   (b) 7
   (c) 8
   (d) 9

8. En un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 8 cm y 24 cm se inscribe un cuadrado, de forma tal que uno de sus ángulos coincide con el ángulo recto del triángulo y uno de los vértices del cuadrado está en la hipotenusa del triángulo. El perímetro del cuadrado, en centímetros, corresponde a
   (a) 12
   (b) 24
   (c) 30
   (d) 95

9. Emma tiene un dominó con fichas que van desde el doble 0 hasta el doble 9. La cantidad de puntos que hay en todas las fichas es
   (a) 505
   (b) 495
   (c) 450
   (d) 405



10. Si se eligen al azar dos números de teléfono celular, y se toma el último dígito de cada uno, la probabilidad de que su suma sea 11 es
    (a) 0,08
    (b) 0,1
    (c) 0,5
    (d) 0,8

11. En una reunión de la olimpiada nacional de *Trompos* hay 25 jóvenes formando una fila; de ellos unos dicen la verdad y otros mienten. Cada uno de ellos, excepto el primero de la fila, afirma que el joven que tiene adelante es un mentiroso. El primero de la fila afirma que todos los que están detrás suyo son mentirosos. La cantidad de mentirosos que hay en la fila es
    (a) 1
    (b) 12
    (c) 13
    (d) 24

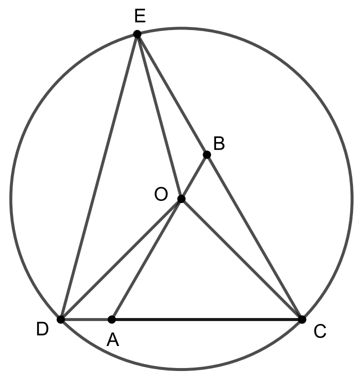
12. En la figura, O es el centro del círculo y pertenece al $\overline{AB}$, el $\triangle ABC$ es equilátero, $\overline{DO} \perp \overline{OC}$ y $E - B - C$. Entonces, la medida del $\angle EOA$ corresponde a

(a) $125°$

(b) $130°$

(c) $135°$

(d) $140°$

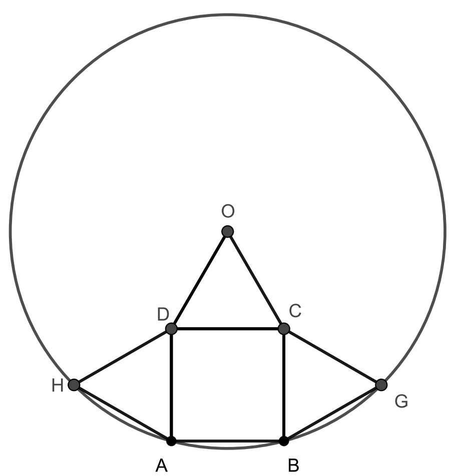


II Parte: Desarrollo **Valor 14 puntos, 7 pts c/u**

Instrucciones: Los siguientes ejercicios deben ser resueltos enhojas adicionales. **Debe responder cada pregunta en hojas separadas**. Conteste en forma ordenada, completa y clara. Se califica procedimientos y respuesta.

1. Carlos dibuja las siguientes figuras geométricas en una pizarra: 2018 veces un círculo, 2019 veces un triángulo y 2020 veces un cuadrado. A continuación efectúa la siguiente operación: puede escoger dos figuras geométricas diferentes, borrarlas, y añadir una más de la tercera figura (Por ejemplo: Si borra $\bigcirc$ y $\square$, añade un $\triangle$). Repite este proceso hasta que quede solo una figura geométrica en la pizarra. ¿Qué figuras geométricas pueden quedar al final?

2. Considere en el círculo de centro O, el cuadrado $\square ABCD$ y los triángulos equiláteros $\triangle ADH$, $\triangle DCO$ y $\triangle BGC$ como se muestra en la figura.



Si P es el punto de intersección de los segmentos $\overline{HB}$ y $\overline{AO}$, determine la medida de cada uno de los ángulos del $\triangle ABP$.