XXVI OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICA

UCR-UNA-ITCR-UNED-MEP-MICIT

SEGUNDA ELIMINATORIA NACIONAL

PRIMER NIVEL

(7º)

2014

Estimado estudiante:

La Comisión de Olimpiadas Costarricenses de Matemática 2014 le saluda y le da la más cordial bienvenida a la Segunda Eliminatoria Nacional de estas justas académicas y le desea los mayores éxitos.
La prueba consta de un total de 12 preguntas de selección única, ponderadas con un valor de 2 puntos cada respuesta correcta y tres preguntas de desarrollo ponderadas con 7 puntos cada una.

Para conocer del resultado de la prueba, puede consultar a partir del viernes 26 de setiembre, a las siguientes direcciones electrónicas:

www.olcoma.org
www.facebook.com/Olcoma

INSTRUCCIONES GENERALES

- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas de selección que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la hoja de respuestas que se le ha entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no están hechos a escala.
- El formulario de preguntas es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- La solución a las preguntas de desarrollo deben escribirse en las hojas que para este fin se le han entregado. No se permite el uso de hojas adicionales.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en la hoja de respuestas.

SIMBOLOGÍA

$\overline{AB}$	segmento de extremos A yB	$\measuredangle ABC \cong \measuredangle DEF$	congruencia de ángulos
AB	medida del segmento $\overline{AB}$	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
$\overrightarrow{AB}$	rayo de extremo A y que contiene a B	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia respectiva entre puntos
$\overleftrightarrow{AB}$	recta que contiene los puntos A y B	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\measuredangle ABC$	ángulo de rayos $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\measuredangle ABC$	medida del ángulo ABC	$\widehat{AB}$	arco de extremos A y B
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A, B, C	$m\widehat{AB}$	medida del arco $\widehat{AB}$
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices A, B, C, D	(ABC)	área del triángulo ABC
$\parallel$	paralelismo	$(ABCD)$	área del cuadrilátero $ABCD$
$\perp$	perpendicularidad	$P-Q-R$	P, Q, R puntos colineales, con Q entre los puntos P y R

I Parte: Selección Única

1. Si al número de tres dígitos $2m3$ se le suma 326 se obtiene el número con tres dígitos $5n9$, en donde m y n son dígitos. Si $5n9$ es divisible por 9 entonces el valor de $m+n$ es igual a

   (a) 2

   (b) 6

   (c) 8

   (d) 9

2. Si Lorena posee 560 colones para comprar tres tipos diferentes de frutas cuyos precios son de 70, 30 y 10 colones la unidad. Si ella desea comprar la menor cantidad de frutas, pero tener al menos una de cada precio. Entonces la cantidad de frutas que debe comprar Lorena corresponde a

   A) 8

   B) 9

   C) 10

   D) 11

3. Considere tres puntos no colineales A, B, C y seis rectas distintas en el mismo plano tal que cada recta contiene al menos uno de los puntos A, B, C. El mínimo número de puntos de intersección entre estas rectas es

   (a) 4

   (b) 5

   (c) 6

   (d) 7

4. La suma de todos los divisores positivos del máximo común divisor de 1 800 y 924 es

   (a) 12
   (b) 15
   (c) 27
   (d) 28

5. Dos relojes digitales se sincronizan a las 13:00 pm. A partir de este momento uno se adelanta 5 minutos cada hora mientras que el otro se atrasa 10 minutos cada hora. ¿Cuántas horas después marcarán la misma hora?

   (a) 4
   (b) 24
   (c) 48
   (d) 96

6. Si 17 trabajadores en 48 días hacen un drenaje de $24\,m$ de largo por $6,9\,m$ de ancho y $2\,m$ de profundidad, trabajando 8 horas diarias, entonces ¿Cuántas horas diarias deben trabajar 36 trabajadores para construir en 17 días un drenaje de $23\,m$ de largo por $7,2\,m$ de ancho y $2,25\,m$ de profundidad?

   (a) $\frac{16}{3}$
   (b) $\frac{15}{2}$
   (c) 10
   (d) 12

7. Sea $\triangle ABC$ un triángulo isósceles de 300 cm de perímetro. Si $AB = 2 \cdot BC$, entonces la medida en centrimetros de AC es

   (a) 60

   (b) 75

   (c) 120

   (d) 150

8. Una piscina contiene agua con 6 300 gramos de cloro disuelto. Luego se agregan 10 litros de agua pura. Cuando se encuentren completamente diluidos, se extraen 10 litros de agua y se observa que ésta tiene $1,75$ gramos de cloro. Entonces la cantidad de litros de agua que tenía inicialmente la piscina corresponde

   (a) 3590

   (b) 3600

   (c) 35990

   (d) 36000

9. Se colocan seis bolas numeradas de 1 a 6 en un sombrero y se extraen dos de ellas al azar. La probabilidad de que la diferencia entre los números de las dos bolas sea 1 corresponde a

   (a) $\frac{1}{6}$

   (b) $\frac{1}{5}$

   (c) $\frac{1}{3}$

   (d) $\frac{11}{30}$

10. Dados cuatro números primos distintos, si se sabe:

    I) La diferencia entre el mayor y el menor es 18.

    II) La suma de los cuatro números es 76.

    Entonces el resultado de la suma del mayor y menor de los cuatro números es

    (a) 16

    (b) 24

    (c) 36

    (d) 40

11. En una tienda de deportes se puede comprar una camiseta o una gorra o una bufanda de la selección nacional por 10 000 colones, y un balón o unos tacos o unos guantes por 20 000 colones. Si dispongo de 30 000 colones, la cantidad de maneras en que puedo gastar la totalidad de mi dinero sin repetir artículos es

    (a) 6

    (b) 9

    (c) 10

    (d) 12

12. Considere un triángulo ABC en el que P es el punto de intersección de la bisectriz del ángulo A con $\overline{BC}$, M es la intersección de la mediana desde el vértice B con $\overline{CA}$, K es el punto de intersección de los rayos $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{MP}$, D es el punto de intersección del rayo $\overrightarrow{AP}$ y $\overline{CK}$. Si $PC = 2 \cdot BP$ y $AB = BK$ entonces la medida del ángulo ADK es

    (a) $60°$

    (b) $70°$

    (c) $85°$

    (d) $90°$

II Parte: Desarrollo **Valor 21 puntos, 7 puntos c/u**

Instrucciones. Los siguientes ejercicios deben ser resueltos en las hojas adicionales que se le entregaron. Conteste los ejercicios en forma ordenada, completa y clara, se califica procedimiento y respuesta.

1. Juleana,Keilyn, Marianne y Carol son jovenes de Costa Rica, Holanda, Francia e Italia (no necesariamente en ese orden) que apoyan a sus selecciones en el mundial de Brasil. Se encuentran en Rio de Janeiro y deciden intercambiar las camisetas de sus países, de tal manera que ninguna se queda con la camiseta de su país, si se sabe que:

   - La costarricense no se llama Keilyn.
   - Marianne no se dejó la camiseta de Holanda.
   - Carol se quedó con la camiseta de Francia.
   - Marianne y Carol son europeas.
   - La francesa se dejó la camiseta de Holanda

   Determine de que país es cada joven y que camiseta se dejó.

2. ¿Cuál es la mayor cantidad posible de rectas que determinan 2014 puntos?

3. Determine la cantidad de números de cuatro cifras divisibles por 5, cuyas cifras son números primos que suman 17. ¿Cuáles son esos números?