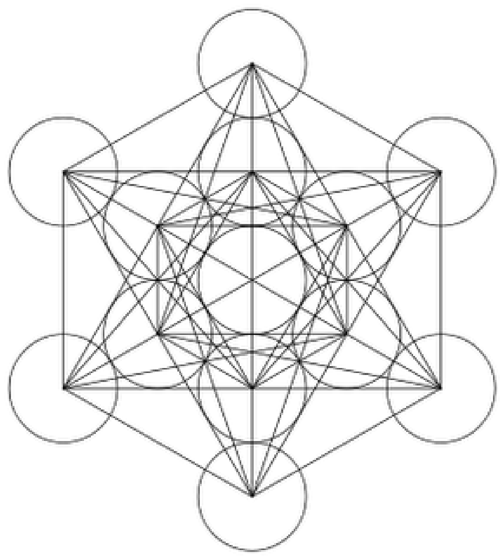
XXVII OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICA

UNA - UCR - TEC - UNED - MEP - MICIT

SEGUNDA ELIMINATORIA NACIONAL



I Nivel

(7°)

2015

Estimado estudiante:

Los resultados de esta eliminatoria se publicarán a partir del lunes 21 de setiembre, en la siguiente dirección electrónica: **www.olcoma.com**

La Comisión Organizadora de las Olimpiadas Costarricenses de Matemática le saluda y felicita por haber clasificado a la segunda eliminatoria nacional de estas justas académicas. La prueba consta de dos partes: una primera parte de 12 preguntas de selección única, ponderadas con dos puntos cada respuesta correcta, y una segunda parte con 3 preguntas de desarrollo, con un valor de 7 puntos cada solución correcta.

INDICACIONES GENERALES

- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la hoja de respuestas que se le ha entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no están hechos a escala.
- El formulario de preguntas de selección única es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- NO se permite el uso de hojas adicionales no entregadas oficialmente.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- Para resolver el examen dispone de un máximo de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en la hoja de respuestas.
- En la parte de desarrollo deben aparecer con detalle todos los pasos y justificaciones que permiten obtener la respuesta a los ejercicios planteados.

SIMBOLOGÍA

$\overline{AB}$	segmento de extremos A yB	$\angle ABC \cong DEF$	congruencia de ángulos
AB	medida de $\overline{AB}$	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
$\overrightarrow{AB}$	rayo de extremo A y que contiene a B	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia respectiva entre puntos
$\overleftrightarrow{AB}$	recta que contiene los puntos A y B	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\angle ABC$	ángulo de rayos $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	medida de $\angle ABC$	$\widehat{AB}$	arco de extremos A y B
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A, B, C	$m\widehat{AB}$	medida de $\widehat{AB}$
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices A, B, C, D	(ABC)	área de ΔABC
$\parallel$	paralelismo	$(ABCD)$	área de $\square ABCD$
$\perp$	perpendicularidad	$P-Q-R$	P, Q, R puntos colineales, con Q entre los puntos P y R

I Parte: Selección única **Valor 24 puntos, 2 pts c/u**

1. Berta tiene 6 hijas pero no tiene ningún hijo. Algunas de sus hijas tienen 6 hijas, y el resto ninguna. Berta tiene en total 30 hijas y nietas, pero no tiene bisnietas. ¿Cuántas mujeres de la familia no tienen hijas?

   (a) 23

   (b) 24

   (c) 25

   (d) 26

2. En una bolsa de papel hay 14 bolas del mismo tamaño y mismo peso de las cuales: cinco son amarillas, cuatro son blancas, tres son verdes y dos son azules. Si se extrae aleatoriamente una de las bolas de la bolsa, la probabilidad de que la bola no sea azul es

   (a) $\frac{1}{7}$

   (b) $\frac{2}{7}$

   (c) $\frac{3}{7}$

   (d) $\frac{6}{7}$

3. Sea $\square ABCD$ un cuadrado y E un punto en $\overline{CD}$ tal que $m\angle CBE = 18°$. Si se traza una recta perpendicular a $\overleftrightarrow{BE}$ por D y llamamos F al punto de intersección de esta recta con $\overleftrightarrow{BE}$, entonces la medida de $\angle EDF$ es

   (a) $18°$

   (b) $27°$

   (c) $45°$

   (d) $72°$

4. La cantidad de números mayores a 500 y menores a 1000 que al ser divididos por 3, 4, 5 y 8 dejan residuo 2 corresponde a

   (a) 3

   (b) 4

   (c) 8

   (d) 9

5. Considere la figura sólida que se obtiene al construir una pirámide sobre la cara superior de un cubo, de forma que la base de la pirámide es la cara del cubo. Al sumar el número de caras, aristas y vértices que tiene en total esta figura se obtiene

   (a) 30

   (b) 33

   (c) 34

   (d) 35

6. La cantidad de dígitos del número $5^{2010} \times 2^{2016} \times 3^3$ corresponde a

   (a) 2010

   (b) 2014

   (c) 2016

   (d) 2020

7. ¿Cuántos de los primeros 100 múltiplos positivos de 30 son múltiplos de 70?

   (a) 9

   (b) 10

   (c) 14

   (d) 21

8. Las nuevas placas de automóviles en Costa Rica constan de tres letras consonantes y tres dígitos del 0 al 9, primero las tres letras y luego los tres dígitos. En total hay 21 letras consonantes, las cuales se pueden repetir. El señor Keylor Navas Gamboa quiere tener una placa en la que aparezcan sus iniciales en cualquier orden. Si la placa se asigna al azar, la probabilidad de que Keylor tenga la placa deseada es

   (a) $\dfrac{1}{3087}$

   (b) $\dfrac{2}{3087}$

   (c) $\dfrac{1}{2660}$

   (d) $\dfrac{1}{1330}$

9. Julio tiene una cuenta en el banco, cuyo número tiene la forma $ABC-DEF-GHIJ$, donde cada letra representa un dígito diferente. Los dígitos en cada parte del número tienen la característica de que están ordenados de manera decreciente, es decir, $A > B > C$, $D > E > F$, y $G > H > I > J$. Además D, E y F son números pares consecutivos, mientras que G, H, I y J son dígitos impares consecutivos y $A+B+C = 9$. Entonces el valor de A es

   (a) 5

   (b) 6

   (c) 7

   (d) 8

10. Pablo, Andrés y Carlos cuentan con 15, 14 y 13 fichas cada uno. Juegan un juego que sigue una única regla, en cada ronda el jugador que tiene más fichas, da una ficha a cada uno de los otros jugadores y coloca otra en una pila de descarte. El juego termina cuando a alguno de los jugadores se le acaban las fichas. ¿Cuántas rondas tendrá el juego?

    (a) 12

    (b) 15

    (c) 37

    (d) 39

11. La probabilidad de que al elegir un número de tres dígitos este satisfaga la condición de que el dígito del medio es el promedio del primer y del último dígito es:

   (a) $\frac{2}{9}$

   (b) $\frac{1}{20}$

   (c) $\frac{45}{899}$

   (d) $\frac{200}{899}$

12. Sea $\triangle ABC$ recto en B. Si D es un punto en $\overline{AB}$ tal que $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}$, E es un punto en $\overline{BC}$ tal que $\frac{BE}{EC} = \frac{2}{3}$ y F es el punto medio de $\overline{AC}$, entonces $\frac{(BDFE)}{(ABC)}$ es

   (a) $\frac{2}{3}$

   (b) $\frac{3}{5}$

   (c) $\frac{4}{15}$

   (d) $\frac{8}{15}$

II Parte: Desarrollo **Valor 21 puntos, 7 pts c/u**

Instrucciones: Los siguientes ejercicios deben ser resueltos en las hojas adicionales que se le entregaron. Conteste en forma ordenada, completa y clara. Se califica procedimientos y respuesta.

1. Un hombre tomó una posada por treinta días, por el precio de una moneda de plata cada día. Este huésped no tenía dinero, sino cinco piezas de plata, que entre todas ellas valían treinta monedas de plata. Con estas piezas pagaba cada día la posada y no le quedaba debiendo nada a la posadera, ni ella a él. Determine cuántas monedas de plata valía cada pieza y cómo se pagaba con ellas.

2. Rolando construye un rectángulo de a unidades de ancho y b unidades de largo. Luego construye otro en el cual aumenta una unidad el ancho y disminuye dos unidades el largo. A partir de este segundo rectángulo construye un tercero, en el cual disminuye dos unidades el ancho y aumenta tres unidades el largo. A partir de este último construye otro en el que aumenta tres unidades el ancho y disminuye 4 unidades el largo. Continúa construyendo rectángulos de esta forma hasta tener 2015 rectángulos. Si inicialmente $a = b = 2015$, determine el área del rectángulo 2015.

3. En el $\triangle ABC$, $m\angle ABC = 45°$. El punto D sobre $\overline{BC}$ es tal que $2 \cdot BD = CD$ y $m\angle DAB = 15°$. Determine la medida de $\angle ACB$.