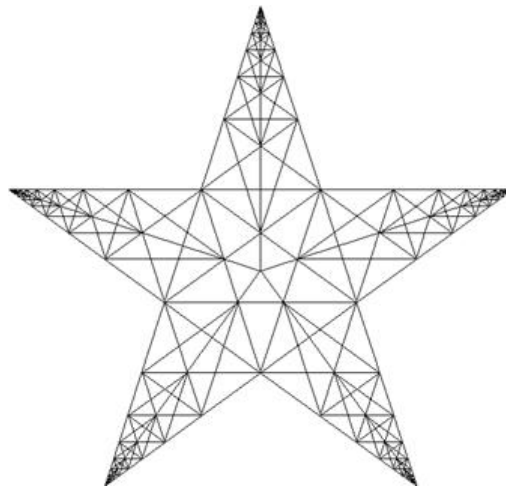


XXVIII OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICA

UNA - UCR - TEC - UNED - MEP - MICITT



SEGUNDA ELIMINATORIA NACIONAL



II Nivel

8° – 9°

2016



Estimado estudiante:

La Comisión Organizadora de las Olimpiadas Costarricenses de Matemáticas le saluda y felicita por haber clasificado a la segunda eliminatoria nacional de estas justas académicas. La prueba consta de dos partes: una primera parte de 12 preguntas de selección única, ponderadas con dos puntos cada respuesta correcta, y una segunda parte con 3 preguntas de desarrollo, con un valor de 7 puntos cada solución correcta.

Los resultados de esta eliminatoria se publicarán a partir del viernes 30 de setiembre, en la siguiente dirección electrónica:

www.olcoma.com

INDICACIONES GENERALES

- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la hoja de respuestas que se le ha entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no están hechos a escala.
- El formulario de preguntas es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- No se permite el uso de hojas adicionales.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en la hoja de respuestas.

SIMBOLOGÍA			
\overline{AB}	segmento de extremos A y B	$\angle ABC \cong \angle DEF$	congruencia de ángulos
AB	medida de \overline{AB}	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
\overrightarrow{AB}	rayo de extremo A y que contiene a B	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia respectiva entre puntos
\overleftrightarrow{AB}	recta que contiene los puntos A y B	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\angle ABC$	ángulo de rayos \overrightarrow{BA} y \overrightarrow{BC}	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	medida de $\angle ABC$	\widehat{AB}	arco de extremos A y B
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A, B, C	$m\widehat{AB}$	medida de \widehat{AB}
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices A, B, C, D	(ABC)	área de $\triangle ABC$
\parallel	paralelismo	$(ABCD)$	área de $\square ABCD$
\perp	perpendicularidad	$P - Q - R$	P, Q, R puntos colineales, con Q entre los puntos P y R

I Parte: Selección única**Valor 24 puntos, 2 pts c/u**

1. Un reloj se adelanta 5 minutos cada hora. Si se sincroniza a las 2:00 pm con otro que marca la hora de forma correcta, entonces la hora que marcará el reloj defectuoso cuando el bueno marque las 5:00 am del día siguiente es
 - (a) 3:35 am
 - (b) 3:45 am
 - (c) 6:15 am
 - (d) 6:25 am

2. El mayor número de triángulos equiláteros que se pueden construir con seis fósforos iguales es
 - (a) 2
 - (b) 3
 - (c) 4
 - (d) 5

3. Un cubo con todas sus caras pintadas es dividido en 1000 cubos más pequeños de iguales dimensiones. Si los 1000 cubos pequeños son depositados en una urna, la probabilidad de seleccionar al azar un cubo pequeño que posea solo dos caras pintadas es
 - (a) $\frac{1}{10}$
 - (b) $\frac{12}{125}$
 - (c) $\frac{13}{125}$
 - (d) $\frac{281}{500}$

4. El producto de las edades de un padre y su hijo es 1856. Hace seis años la edad del hijo era igual a la edad del padre cuando el hijo nació. La edad del padre es
 - (a) 29
 - (b) 32
 - (c) 58
 - (d) 64

5. La cantidad de duplas de la forma (a, b) , con $a, b \in \mathbb{N}$ que cumplen que $\frac{a^{-1} + b}{a + b^{-1}} = 12$ y $a + b \leq 120$ es

- (a) 5
- (b) 9
- (c) 10
- (d) 20

6. En un $\triangle ABC$, D es el punto medio de \overline{AB} , E es el punto medio de \overline{DB} y F es el punto medio de \overline{BC} . Si el área del $\triangle ABC$ es 96, entonces el área del $\square AEF C$ es

- (a) 12
- (b) 24
- (c) 48
- (d) 84

7. Considere la ecuación cuadrática $x^2 - px + q = 0$, donde p, q son números primos. Si se sabe que existen dos soluciones enteras positivas diferentes, entonces el valor de $p^2 + q^2$ es

- (a) 5
- (b) 13
- (c) 29
- (d) 34

8. Manuel y Teresa tienen menos de cien años cada uno. Si se escriben las edades juntas se obtiene un número de cuatro dígitos que es un cuadrado perfecto y si a ese número se le suma 1313 se obtiene otro cuadrado perfecto. La suma de las edades de Manuel y Teresa corresponde a

- (a) 44
- (b) 55
- (c) 57
- (d) 81

9. Sea el $\triangle ABC$ tal que $AB = 5$, $BC = 4$ y $AC = 3$. Si \overline{CD} es una altura, entonces $\frac{(\widehat{ADC})}{(\widehat{BDC})}$ es

- (a) $\frac{9}{25}$
- (b) $\frac{16}{25}$
- (c) $\frac{9}{16}$
- (d) $\frac{16}{9}$

10. La edad promedio de un grupo de administradores y de psicólogos es 40 años. Si el promedio de edad de los administradores es 35 años y la de los psicólogos es 50 años, entonces la razón del número de psicólogos con respecto al número de administradores es

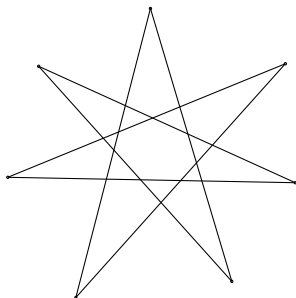
- (a) 1 : 2
- (b) 2 : 1
- (c) 2 : 3
- (d) 3 : 2

11. Si 117^m posee 45 divisores, entonces el valor de m es

- (a) 2
- (b) 3
- (c) 4
- (d) 5

12. La suma de las medidas de los ángulos de las siete puntas de la estrella adjunta es

- (a) 90°
- (b) 180°
- (c) 270°
- (d) 360°



II Parte: Desarrollo**Valor 21 puntos, 7 pts c/u**

Instrucciones: Los siguientes ejercicios deben ser resueltos en las hojas adicionales que se le entregaron. Conteste en forma ordenada, completa y clara. Se califica procedimientos y respuesta.

1. Se forma una secuencia de números de acuerdo con las siguientes reglas: a partir de un número dado, si es par se divide entre dos, si es impar se multiplica por tres y se le suma 1. Si se inicia con el número 23, determine el término 2016 de esta secuencia.
2. En un $\triangle ABC$ se toman puntos D, E en \overline{BC} de forma que $BD = DE = EC$ y puntos F, G en \overline{AC} de forma que $\overline{DF} \parallel \overline{EG} \parallel \overline{AB}$. Determine $\frac{(DEGF)}{(ABC)}$
3. Tres fábricas de televisores A, B y C, producen cierta cantidad de televisores por día cada una. Las fábricas A y B producen en total 600 televisores en 10 días. Las fábricas B y C duran 12 días en producir 540 televisores. Si las fábricas A y C pueden hacer 440 televisores en 8 días, determine la cantidad de televisores que produce la fábrica C en 20 días.