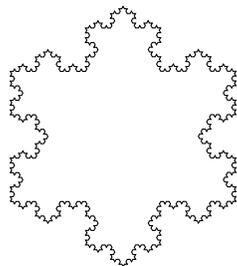


XXXV OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICAS

MEP - UCR - TEC - UNA - UTN - UNED - MICITT



Enunciados Primera Eliminatoria Nacional



Nivel I

(7°)

2023



Estimado estudiante:

La Comisión de la Olimpiada Costarricense de Matemáticas 2023 le saluda y le da la más cordial bienvenida a la Primera Eliminatoria Nacional de estas justas académicas, le deseamos los mayores éxitos.

La prueba consta de un total de 20 preguntas de selección única.

Puede consultar la lista de estudiantes clasificados en la siguiente dirección electrónica:

www.olcoma.ac.cr

INDICACIONES GENERALES

- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la hoja de respuestas que se le ha entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no necesariamente están hechos a escala.
- El formulario de preguntas es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- No se permite el uso de hojas adicionales.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en la hoja de respuestas.

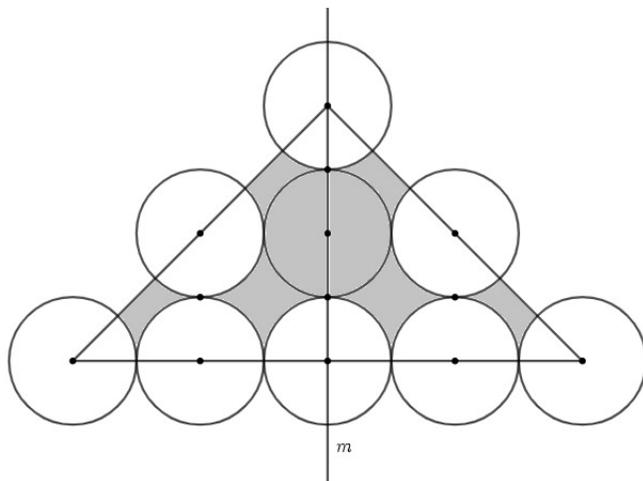
SIMBOLOGÍA

\overline{AB}	segmento de extremos A y B	$\angle ABC \cong \angle DEF$	congruencia de ángulos
AB	medida de \overline{AB}	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
\overrightarrow{AB}	rayo de extremo A y que contiene a B	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia de puntos
\overleftrightarrow{AB}	recta que contiene los puntos A y B	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\angle ABC$	ángulo de rayos \overrightarrow{BA} y \overrightarrow{BC}	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	medida de $\angle ABC$	\widehat{AB}	arco de extremos A y B
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A, B, C	$m\widehat{AB}$	medida de \widehat{AB}
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices A, B, C, D	(ABC)	área de $\triangle ABC$
\parallel	paralelismo	$(ABCD)$	área de $\square ABCD$
\perp	perpendicularidad	$P - Q - R$	P, Q, R puntos colineales, con Q entre P y R .

1. Para celebrar el día del deporte, en un colegio se organiza un festival deportivo, en el cual 37 estudiantes se inscribieron en equipos de fútbol, 23 en equipos de básquet y 12 se inscribieron en equipos de los dos deportes. Se debe seleccionar a uno de esos estudiantes al azar para que entregue los premios finales. ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante seleccionado se haya inscrito en un solo deporte?

- (a) $\frac{1}{4}$
 (b) $\frac{1}{5}$
 (c) $\frac{3}{4}$
 (d) $\frac{2}{5}$

2. Considere la siguiente imagen:



Todas las circunferencias son de radio de 1 *cm* y los puntos resaltados son los centros de los círculos o bien los puntos de intersección entre las circunferencias. La recta *m* es perpendicular al lado del triángulo. Con base en la información anterior, el área sombreada corresponde a:

- (a) $16 - 3\pi$
 (b) $16 - 4\pi$
 (c) $32 - 3\pi$
 (d) $32 - 4\pi$

3. En una tarde libre, 18 amigos se conectan en línea para jugar un video juego. Tres son de Nicaragua, dos son de Panamá y el resto de Costa Rica. De manera general el juego consiste en derrotar a los otros. Una vez que alguien es derrotado, el juego lo coloca en una sala de espera, en la cual se estará hasta que se obtenga el ganador general o campeón. Entonces, la cantidad mínima de derrotas que deben suceder para tener dos personas en la sala de espera con la misma nacionalidad es

- (a) 5.
- (b) 4.
- (c) 6.
- (d) 7.

4. En el club de OLCOMA hay 10 estudiantes entre hombre y mujeres. La profesora tiene 80 estampillas, que reparte en partes iguales entre las alumnas. Si le sobran tres estampillas, ¿cuántos hombres hay en la clase?

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 7

5. En el siguiente cuadro tiene de manera implícita la regla para obtener los puntos totales por columna y fila.

	1	2	3	4	
1	✓	✓	✓	✓	10
2		✓			2
3			✓	✓	7
4	✓		✓		4
	5	3	8	4	

Si se utilizan las mismas reglas dadas por el cuadro anterior entonces del siguiente cuadro

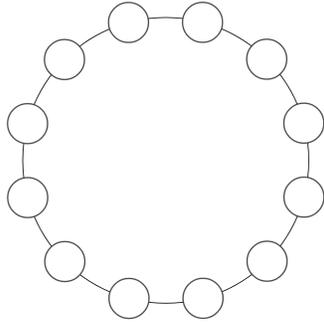
	1	2	3	4	
1					6
2					x
3					3
4					7
	7	10	2	y	

podemos afirmar con certeza que

- (a) $x = y$.
- (b) $x > y$.
- (c) $x \leq y$.
- (d) $x \geq y$.
6. La suma de tres números naturales consecutivos es 1980. El resultado que se obtiene al sumar los dígitos de las decenas de los tres números consecutivos corresponde a

- (a) 12
- (b) 17
- (c) 18
- (d) 21

7. Se dispone de los números del 1 al 12, se debe colocar exactamente un número distinto en cada uno de los círculos, de manera que los números contiguos difieren siempre de 1 ó 2. ¿Cuál de los siguientes pares de números siempre están contiguos?



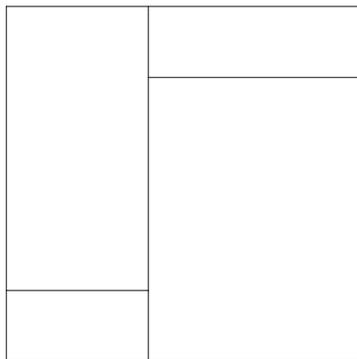
- (a) 5 y 6
(b) 10 y 9
(c) 6 y 7
(d) 8 y 10
8. Marisol es la dueña de una pequeña empresa, que se encarga de producir galletas con sabor a limón, fresa y coco-maracuyá si produjo 72 galletas de limón, 432 de fresa y 312 de coco-maracuyá, además las bolsas deben tener la misma cantidad de galletas de cada sabor sin revolverlas, entonces ¿cuántas bolsitas necesita comprar para empacar las galletas?
- (a) 34
(b) 17
(c) 18
(d) 24

9. En un programa de concursos, a los participantes se les presentan cuatro cajas: una roja, una amarilla, una verde y una azul. Dentro de cada caja hay bolitas marcadas con la palabra *premio* y bolitas sin marca alguna. Para que un concursante gane, debe escoger una de las cajas y sacar de ella una bolita con la palabra *premio*. Las cuatro cajas tienen la siguiente composición en su interior:

roja: 5 premiadas y 11 sin premiar
amarilla: 4 premiadas y 10 sin premiar
verde: 7 premiadas y 13 sin premiar
azul: 10 premiadas y 23 sin premiar

¿De cuál caja es más probable que un concursante salga premiado?

- (a) Roja
(b) Amarilla
(c) Verde
(d) Azul
10. En la figura adjunta se tiene un cuadrado dividido en cuatro piezas rectangulares. Además, la suma de los perímetros de estas piezas rectángulos corresponde a 320 cm.



Según la información anterior, la medida de cada lado del cuadrado corresponde a

- (a) 30 cm
(b) 40 cm
(c) 50 cm
(d) 60 cm

11. En una escuela se imparten talleres de música, de cocina y de manualidades. Los estudiantes deben escoger uno y solo uno de los talleres que deseen recibir. Se sabe que el 20 % del total de estudiantes escogió el taller de manualidades. Del 80 % restante, las dos terceras partes escogió taller de música, y el resto, que son 60 estudiantes, escogió taller de cocina. ¿Cuántos estudiantes escogieron taller de manualidades?

- (a) 45
- (b) 18
- (c) 80
- (d) 30

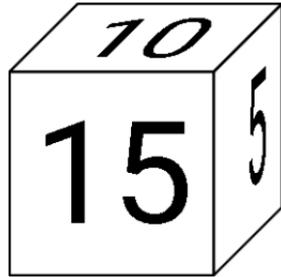
12. La figura adjunta corresponde a la suma de tres números cuyo resultado es 2023, las letras A , B , C y D representan dígitos en cada número.

$$\begin{array}{r} \\ \\ + \\ \hline 2 2 \end{array}$$

Según la información el resultado de $A + B + C + D$ corresponde a

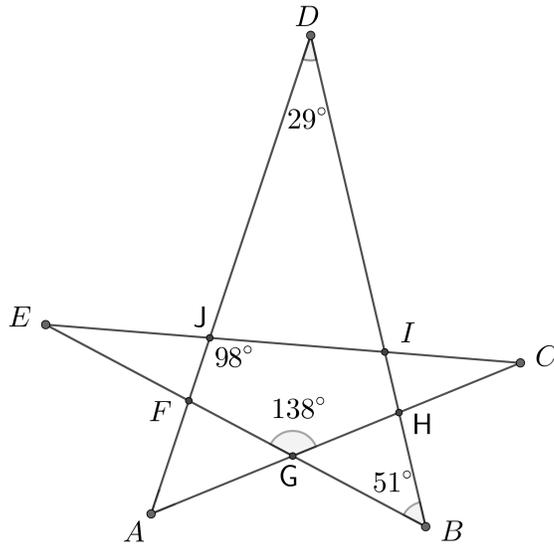
- (a) 13
- (b) 14
- (c) 15
- (d) 16

13. El cubo que se muestra en la figura tiene un entero positivo escrito en cada cara, los números de la caras no visibles son menores a 10. El producto de los dos números en caras opuestas en todos los casos es igual. ¿Al lanzar el cubo, cuál es la probabilidad de obtener un número par en la cara superior?



- (a) $\frac{1}{2}$
(b) $\frac{1}{3}$
(c) $\frac{2}{3}$
(d) $\frac{1}{6}$

14. Considere la siguiente figura adjunta:



Según la información anterior, la $m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D + m\angle E$ corresponde a

- (a) 150°
 - (b) 180°
 - (c) 210°
 - (d) 245°
15. Dos empanadas, cuatro refrescos y una caldosa cuestan 6300 colones, mientras que tres empanadas, seis refrescos y una caldosa cuestan 9000 colones. Diana y Daniel tienen 2000 colones. Entonces con seguridad ellos con ese dinero pueden comprar
- (a) una empanada y dos refrescos.
 - (b) dos empanadas y un refresco.
 - (c) dos caldosas.
 - (d) una empanada y una caldosa.

16. Carlos y María corren alrededor de una pista, donde cada uno de ellos corren a una velocidad constante: Carlos corre 8 vueltas en 18 minutos, mientras que María 4 vueltas en 10 minutos. Cuando ambos llegaron juntos a la meta por primera vez, Carlos se fijó que había pasado una cantidad entera de minutos. El total de vueltas que recorrieron ambos, corresponde a

- (a) 38
- (b) 55
- (c) 76
- (d) 89

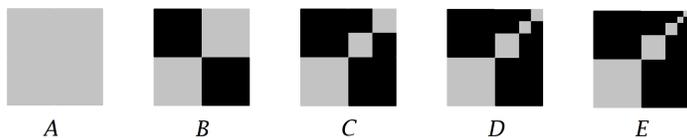
17. Del conjunto $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 98, 100\}$ se extrae un número al azar. La probabilidad de que el número obtenido tenga el dígito de las decenas impar corresponde a

- (a) $\frac{1}{2}$
- (b) $\frac{1}{10}$
- (c) $\frac{1}{5}$
- (d) $\frac{25}{100}$

18. Considere el siguiente número $67a3151b$ de ocho dígitos que es divisible por 72. El valor del dígito a corresponde a

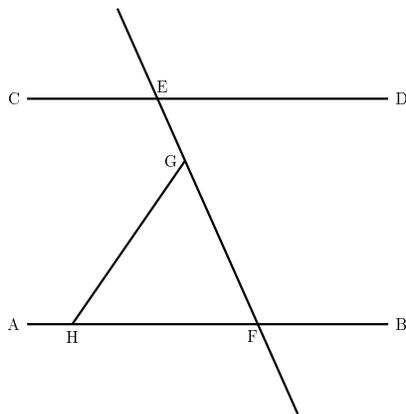
- (a) 0
- (b) 2
- (c) 5
- (d) 6

19. El cuadrado A tiene área 128 y está pintado de gris. Este se divide en cuatro cuadrados iguales, dos de los cuales se pintan de negro y se obtiene el cuadrado B . El cuadrado gris en la parte superior de B se divide en cuatro cuadrados iguales, dos de los cuales se pintan de negro y se obtiene el cuadrado C . Se repite este proceso para obtener los cuadrados D y E como se muestra en la figura.



Entonces, el área negra correspondiente al cuadrado E es igual a

- (a) 82
 (b) 83
 (c) 84
 (d) 85
20. En la figura que se muestra, \overline{AB} es paralelo a \overline{CD} y $m\angle CEG = m\angle EGH$. Además, $C-E-D$, $A-H-F-B$ y $E-G-F$. Si $\angle DEG = 50^\circ$, entonces la medida de $\angle AHG$ corresponde a



- (a) 80°
 (b) 50°
 (c) 130°
 (d) 100°