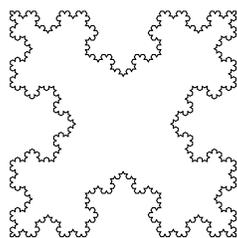


XXXV OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICAS

MEP - UCR - TEC - UNA - UTN - UNED - MICITT



Enunciados Primera Eliminatoria Nacional



Nivel II
(8° y 9°)

2023



Estimado estudiante:

La Comisión de las Olimpiadas Costarricenses de Matemáticas 2023 le saluda y le da la más cordial bienvenida a la Primera Eliminatoria Nacional de estas justas académicas, le deseamos los mayores éxitos.

La prueba consta de un total de 20 preguntas de selección única.

Puede consultar la lista de estudiantes clasificados en la siguiente dirección electrónica:

www.olcoma.ac.cr

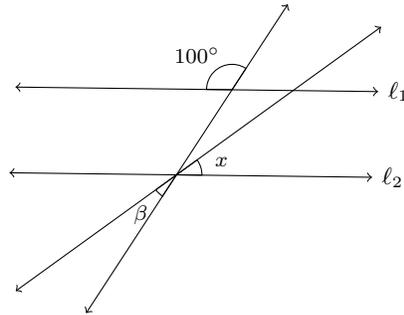
INDICACIONES GENERALES

- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la hoja de respuestas que se le ha entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no necesariamente están hechos a escala.
- El formulario de preguntas es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- No se permite el uso de hojas adicionales.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en la hoja de respuestas.

SIMBOLOGÍA

\overline{AB}	segmento de extremos A y B	$\angle ABC \cong \angle DEF$	congruencia de ángulos
AB	medida de \overline{AB}	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
\overrightarrow{AB}	rayo de extremo A y que contiene a B	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia de puntos
\overleftrightarrow{AB}	recta que contiene los puntos A y B	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\angle ABC$	ángulo de rayos \overrightarrow{BA} y \overrightarrow{BC}	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	medida de $\angle ABC$	\widehat{AB}	arco de extremos A y B
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A, B, C	$m\widehat{AB}$	medida de \widehat{AB}
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices A, B, C, D	(ABC)	área de $\triangle ABC$
\parallel	paralelismo	$(ABCD)$	área de $\square ABCD$
\perp	perpendicularidad	$P - Q - R$	P, Q, R puntos colineales, con Q entre P y R .

1. Considere la siguiente figura en la que $\ell_1 \parallel \ell_2$ y $\angle\beta = \angle x + 10^\circ$:



¿Cuál es la medida del ángulo x ?

- (a) 30°
 - (b) 35°
 - (c) 70°
 - (d) 75°
2. Considere el número $2023^{2023} + 2023^{2024}$ y analice las siguientes proposiciones:

- I. El número es divisible por 2.
- II. El número es divisible por 3.

¿Cuáles de las proposiciones son verdaderas?

- (a) Únicamente la I.
- (b) Únicamente la II.
- (c) Ambas.
- (d) Ninguna.

3. Sean a y b dos números enteros positivos tales que $ab = 10$.
El valor numérico de la expresión

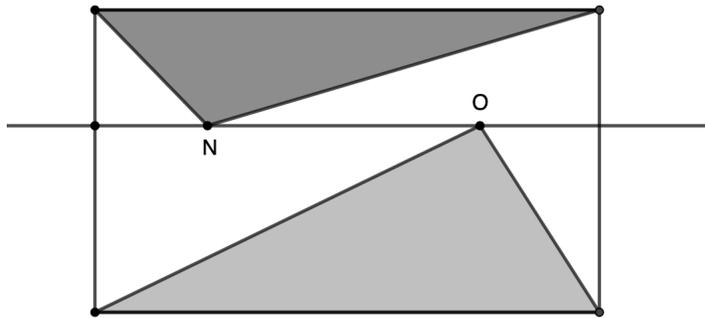
$$\frac{\frac{a}{2} + \frac{1}{b}}{\frac{a}{5}}$$

corresponde a

- (a) 3
 - (b) 8
 - (c) 12
 - (d) 26
4. Considere un triángulo ABC recto en B y sea D un punto de \overline{BC} tal que $\frac{BD}{BC} = \frac{1}{3}$. Si $AB = 5$ y $AC = 13$, entonces ¿cuál es el área del triángulo ADC ?
- (a) 30 cm^2
 - (b) 20 cm^2
 - (c) 10 cm^2
 - (d) 25 cm^2
5. En una clase realizan un juego en el que cada estudiante va acumulando puntos. Si al final del juego cada mujer hubiera obtenido 2 puntos más, el puntaje promedio habría sido 0,9 puntos más alto que el actual. El porcentaje de hombres de la clase corresponde a
- (a) 65 %
 - (b) 35 %
 - (c) 45 %
 - (d) 55 %

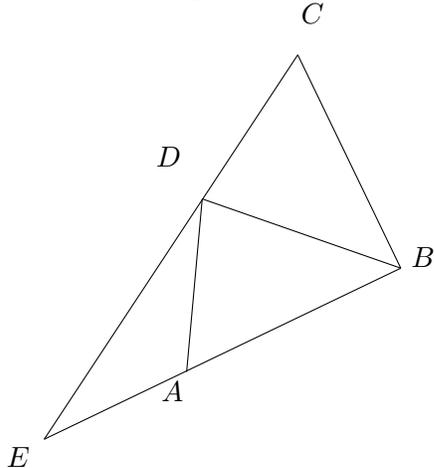
6. ¿Cuál es la cantidad de números de tres cifras que son múltiplos de 2 y 13?
- (a) 26
 - (b) 35
 - (c) 69
 - (d) 76
7. En una caja hay inicialmente 258 bolas de colores rojas y verdes. Las bolas rojas son el doble de las verdes. Si se quiere agregar x cantidad de bolas verdes para que el porcentaje de ellas en la caja sea del 75 %, podemos afirmar con certeza que el valor de x cumple que
- (a) $400 < x \leq 420$
 - (b) $420 < x \leq 440$
 - (c) $440 < x \leq 460$
 - (d) $460 < x \leq 480$
8. Dado que $2020x^3 + 2021x^2 + 2022x + 2023 = 1030x^3 + 1031x^2 + 1032x - 1937$, el valor de $x^3 + x^2 + x + 1$ es
- (a) -1
 - (b) -2
 - (c) -3
 - (d) -4

9. En la figura se muestra un rectángulo y una recta paralela a su base. Dos puntos N y O están sobre la recta paralela y dentro del rectángulo. La suma de las áreas de los dos triángulos sombreados es 50cm^2 . ¿Cuál es el área del rectángulo?



- (a) 150cm^2
(b) 200cm^2
(c) 100cm^2
(d) 250cm^2
10. Sea $N = 128^{289} \cdot 25^{1012} - 1$. La cantidad de dígitos que tiene N corresponde a
- (a) 2022
(b) 2023
(c) 2024
(d) 2025

11. Considere la siguiente figura:



Se sabe que:

- \overleftrightarrow{BD} es bisectriz de $\angle CBA$ y de $\angle CDA$.
- $m\angle DAB = 2 \cdot m\angle AED$.

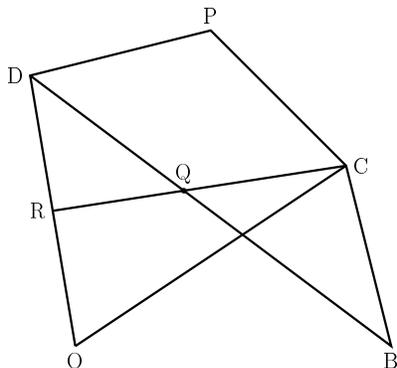
Entonces se puede afirmar con certeza que

- (a) $CD = AE$.
 - (b) $AD < AE$.
 - (c) $CB = AE$.
 - (d) $DB < AE$.
12. Dos panaderos realizan cinco pasteles en tres horas. Manteniendo este ritmo de trabajo, el martes trabajan durante siete horas seis panaderos, luego se retiran cuatro panaderos y los restantes tres trabajan dos horas más. La cantidad de pasteles que realizaron el martes corresponde a
- (a) 30
 - (b) 35
 - (c) 40
 - (d) 45

13. Emanuel vende caramelos en su pulpería. El precio de cada caramelo es un número entero. Luis tiene una cantidad de dinero que le permite comprar exactamente 12 caramelos rojos, o 14 verdes, o 15 azules, o n del tipo morado. Si los caramelos morados cuestan 20 colones, entonces ¿cuál es el menor valor de n de manera que esto sea posible?

- (a) 15
- (b) 18
- (c) 21
- (d) 24

14. En la figura que se muestra, $\angle PDO = \angle BCR = 90^\circ$, $\angle RQB = 2\angle COD$, $\angle COD = 2\angle CBD$, $DO = 1$ y \overleftrightarrow{PO} es una bisectriz del ángulo COD . La medida de \overline{PO} corresponde a



- (a) $\sqrt{\frac{4}{3}}$
- (b) $\sqrt{\frac{1}{2}}$
- (c) $\sqrt{2}$
- (d) $\sqrt{\frac{3}{4}}$

15. Sea S el conjunto de números primos entre 100 y 200. ¿Cuál es la probabilidad de que si se escoge un número al azar de S , este sea mayor que 117?

- (a) $\frac{17}{21}$
- (b) $\frac{21}{100}$
- (c) $\frac{4}{25}$
- (d) $\frac{16}{21}$

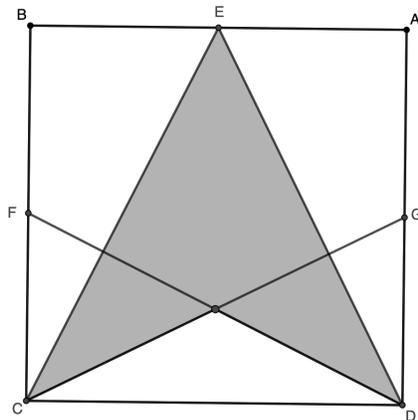
16. Yerlin lanza un dado y anota el resultado, luego repite este proceso dos ocasiones más. Con los tres números que anotó realiza la siguiente operación: los que son pares los suma y luego resta los que son impares y obtiene un resultado; por ejemplo, si los números que obtiene son 6, 3 y 5 la operación sería $6 + 3 - 5$ y el resultado -2 . La probabilidad de que Yerlin obtenga un 0 en el resultado es:

- (a) $\frac{1}{54}$
- (b) $\frac{1}{18}$
- (c) $\frac{1}{12}$
- (d) $\frac{1}{9}$

17. Sea x un número entero tal $m = |(x + 1)^2 - 4|$. La cantidad de valores de x para los cuales m es un número primo corresponde a:

- (a) Uno
- (b) Dos
- (c) Tres
- (d) Cuatro

18. En la figura se muestra un cuadrado $ABCD$ con G , F y E los puntos medios de los lados DA , BC y CD respectivamente. ¿Qué fracción del área del cuadrado está sombreada?



- (a) $\frac{3}{4}$
- (b) $\frac{3}{8}$
- (c) $\frac{5}{8}$
- (d) $\frac{7}{16}$
19. El Olcomaratón es una competencia matemática que se realiza una vez al año con personas destacadas de cada región, la competencia consta de M eventos y este año participaron 3 estudiantes, Andrea, Bruno y Catalina. Al ganador de cada evento se le asigna un puntaje de p_1 , al segundo lugar se le asigna p_2 y al tercer lugar p_3 con $p_1 > p_2 > p_3 > 0$ y p_1, p_2, p_3 números enteros. Se sabe que Catalina hizo 22 puntos, además Andrea y Bruno empataron a 9 puntos. Andrea ganó el evento de Geometría. ¿Cuántos eventos tiene el Olcomaratón?
- (a) 2
- (b) 3
- (c) 4
- (d) 5

20. ¿Para cuántos valores diferentes de k se tiene que el polinomio

$$x^2 + kx + 36$$

tiene dos raíces enteras diferentes?

- (a) 6
- (b) 8
- (c) 9
- (d) 14