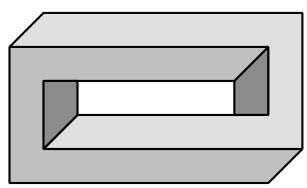
XXXIV OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICAS

MEP - UCR - TEC - UNA - UNED - MICITT

SEGUNDA ELIMINATORIA NACIONAL



Nivel I

(7°)

2022

Estimado estudiante:

La Comisión de las Olimpiadas Costarricenses de Matemáticas 2022 le saluda y le da la más cordial bienvenida a la Primera Eliminatoria Nacional de estas justas académicas, deseándole los mayores éxitos.
La prueba consta de un total de 12 preguntas de selección única y dos preguntas de desarrollo.

Puede consultar la lista de estudiantes clasificados a partir del **viernes 7 de Octubre**, en la siguiente dirección electrónica:

www.olcoma.ac.cr

INDICACIONES GENERALES

- Esta eliminatoria tiene un formato virtual por tanto las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la plataforma de EstudiaU de la UNED.
- Debe trabajar en forma individual.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no necesariamente están hechos a escala.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.

SIMBOLOGÍA

$\overline{AB}$	segmento de extremos A yB	$\angle ABC \approx \angle DEF$	congruencia de ángulos
AB	medida de $\overline{AB}$	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
$\overrightarrow{AB}$	rayo de extremo A y que contiene a B	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia respectiva entre puntos
$\overleftrightarrow{AB}$	recta que contiene los puntos A y B	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\angle ABC$	ángulo de rayos $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	medida de $\angle ABC$	$\widehat{AB}$	arco de extremos A y B
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A, B, C	$m\widehat{AB}$	medida de $\widehat{AB}$
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices A, B, C, D	(ABC)	área de ΔABC
$\parallel$	paralelismo	$(ABCD)$	área de $\square ABCD$
$\perp$	perpendicularidad	$P-Q-R$	P, Q, R puntos colineales, con Q entre los puntos P y R

I Parte: Selección única **Valor 24 puntos, 2 puntos c/u**

Instrucciones:En cada uno de los siguientes ejercicios se le proporcionan cuatro opciones de respuestas, resuelva cada ejercicio y seleccione la opción que antecede a la respuesta correcta.

1. Carlos y Pedro tienen 4 y 7 kilogramos de maní respectivamente, y deciden venderle algunos a César, de manera que los reúnen y los dividen en partes iguales. Si César les paga 2750 colones, y ese dinero lo reparten entre Carlos y Pedro de modo que a cada uno le corresponde de acuerdo con la cantidad de maní que aportaron a la parte de César, entonces la cantidad de dinero que le toca a Pedro corresponde a

   (a) 800 colones
   (b) 2000 colones
   (c) 2500 colones
   (d) 250 colones

2. Pablo tiene en su casa 2 paquetes con 18 vasos cada paquete, desea construir una pirámide apilando vasos en línea de tal forma que cada nivel superior que construye posee un vaso menos que el nivel inmediato inferior. ¿Cuántos vasos le sobran a Pablo si desea hacer la pirámide tan alta como le sea posible?

   Opciones de respuesta:

   (a) 0

   (b) 2

   (c) 3

   (d) 5

3. La cantidad de números de 3 dígitos que tienen exactamente una vez a los dígitos 3 y 4, y que además son divisibles por 12, corresponde a

   (a) 0

   (b) 2

   (c) 4

   (d) 6

4. Mónica tiene escritos en la pizarra los números del 1 al 100. Ella borra de la pizarra los números que pueden ser escritos como suma de tres números enteros positivos consecutivos. De los números que quedan, Samira borra los números que pueden ser escritos como suma de cinco números enteros positivos consecutivos. La cantidad de números que quedan escritos en la pizarra es

   (a) 66

   (b) 60

   (c) 56

   (d) 50

5. Un barco se encuentra a 4 km de un muelle. Enciende sus luces y empieza a navegar en línea recta del muelle $0,5$ km por minuto. En determinado momento se detiene y luego continua en la misma dirección y a la misma velocidad. Al cabo de una hora y 30 minutos de haber encendido las luces, el barco se encuentra a 37 km del muelle. ¿Cuánto tiempo se detuvo el barco?

   (a) 6

   (b) 12

   (c) 16

   (d) 24

6. María, Fernando y Santiago tienen cada uno dos fichas enumeradas con números enteros. La suma de las fichas enumeradas de María es 26. Luego Fernando a 26 le suma sus fichas enumeradas y obtiene 41. Por último, Santiago a 41 le suma sus fichas enumeradas y obtiene 58. La menor cantidad de fichas enumeradas con números pares que pueden ser sumadas por María, Fernando y Santiago corresponde a

   (a) 1

   (b) 2

   (c) 3

   (d) 4

7. En una empresa reconocida desean renovar la junta directiva, para ello se abre un concurso y se postulan las siguientes personas: Pedro, Juan, Karol, Lucía, Emma, Jose y Marta. La junta directiva está compuesta por un presidente, un vicepresidente, un secretario y un director de marketing. Además, se sabe que una persona no puede ocupar dos cargos. ¿Cuántas posibles directivas se pueden formar?

   Opciones de respuesta:

   (a) 823 543

   (b) 840

   (c) 256

   (d) 35

8. Si a, b, c, d son números primos distintos tales que $a + b + c = 42$ y $b + c + d = 45$, entonces el valor de $a + b + c + d$ es

   (a) 47

   (b) 49

   (c) 51

   (d) 53

9. Un número es considerado olcómico si:

   a) tiene todos sus dígitos diferentes.

   b) es el resultado de sumar 4 a un múltiplo de 5.

   Por ejemplo: 49 es olcómico, pues $49 = 45 + 4 = 5 \cdot 9 + 4$. La suma de los dígitos del mayor número olcómico de cuatro dígitos corresponde a

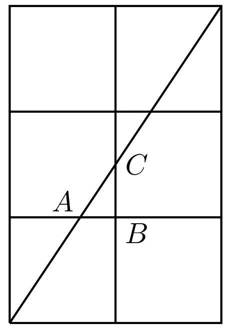
   (a) 22

   (b) 28

   (c) 30

   (d) 36

10. En la siguiente figura, el lado de cada cuadrado tiene medida 4, entonces el área del $\triangle ABC$ corresponde a



(a) 1

(b) $\frac{4}{3}$

(c) $\frac{3}{2}$

(d) $\frac{3}{4}$

11. En un reloj analógico, las agujas de las horas y los minutos se mueven de forma continua a velocidad constante (aunque las dos velocidades son distintas). En algún momento entre las 2:00 p.m. y las 3:00 p.m. las agujas forman un ángulo de 180°. Esto sucede

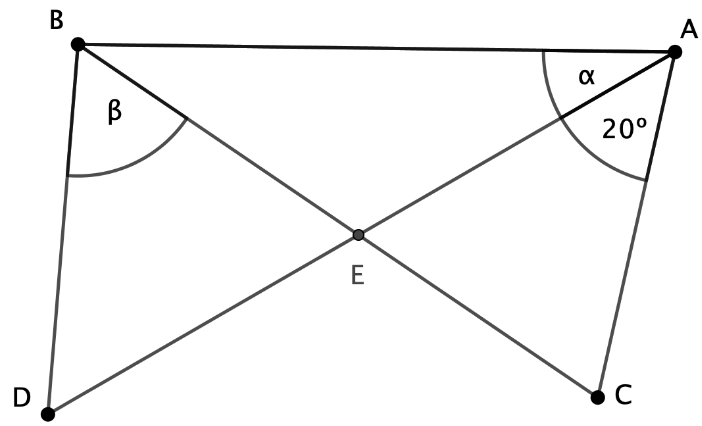
    (a) entre las 2:41 p.m. y 2:42 p.m.

    (b) entre las 2:42 p.m. y 2:43 p.m.

    (c) entre las 2:43 p.m. y 2:44 p.m.

    (d) entre las 2:44 p.m. y 2:45 p.m.

12. En el dibujo tenemos $\overline{DE} = \overline{EA} = \overline{BE} = \overline{AC}$. Además, α y β son medidas de ángulos. ¿Cuál es el valor de la razón $\dfrac{\alpha}{\beta}$?



(a) $\dfrac{5}{4}$

(b) $\dfrac{2}{7}$

(c) $\dfrac{4}{5}$

(d) $\dfrac{7}{2}$

II Parte: Desarrollo **Valor 14 puntos, 7 puntos c/u**

Instrucciones: Conteste (o resuelva) en forma clara y ordenada los siguientes ejercicios. En esta parte deben desarrollar y escribir **todos** los procedimientos que le permitieron llegar a su respuesta.

1. Cuatro amigos de apellidos Garro, Benavides, Acuña y Brenes tienen como lengua materna el español. Cada uno de ellos habla exactamente dos idiomas distintos al español. Uno de ellos habla francés, dos hablan italiano, dos hablan alemán y 3 hablan inglés. Se sabe que:

   - Carlos no habla inglés.
   - Tanto Mario como el de apellido Brenes hablan alemán.
   - Alonso habla italiano.
   - El de apellido Benavides no habla ninguno de los idiomas que habla Daniel y el de apellido Acuña.

   Determine el apellido de Carlos, de Mario, de Alonso y de Daniel, e indique los idiomas que habla cada uno de ellos.

2. Sea $\square ABCD$ un trapecio rectángulo con $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ y $\overline{BC} \perp \overline{CD}$, y sean E, F puntos tales que $B - E - D$, $B - F - A$, $\overline{EF} \parallel \overline{AD}$ y $EF = EA$. Si $m\angle ABC = 55°$ y $\overline{BD}$ biseca al $\angle ABC$ determine $m\angle FEA$.