



XXXIV OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICA
FINAL NACIONAL
DÍA 2 - NIVEL III
Martes 15 de noviembre de 2022
Tiempo disponible: 3 horas

- #4 María fue una brillante matemática que encontró la siguiente propiedad sobre su año de nacimiento: si f es una función definida en el conjunto de los números naturales $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$, tal que $f(1) = 1335$ y $f(n+1) = f(n) - 2n + 43$ para todo $n \in \mathbb{N}$, entonces su año de nacimiento es el valor máximo que $f(n)$ puede alcanzar cuando n toma valores en \mathbb{N} . Determine el año de nacimiento de María.
- #5 La 1° edición de OLCOMA se organizó en 1989, de manera que en el 2022 se celebra la 34° edición; suponga que la olimpiada se va a seguir realizando anualmente de forma ininterrumpida. Decimos que un año N es *bueno* si el número de la edición de OLCOMA de ese año divide al producto $N(N+1)$. Por ejemplo, el año 2022 es bueno porque 34 divide a $2022 \cdot 2023$. Determine el último año N en el siglo XXI, $2000 \leq N \leq 2099$, que es bueno.
- #6 Considere el $\triangle ABC$ con $AC > AB$ e incentro I . Los puntos medios de \overline{BC} y \overline{AC} son M y N , respectivamente. Si \overline{AI} es perpendicular a \overline{IN} , entonces pruebe que \overline{AI} es tangente a la circunferencia circunscrita del $\triangle IMC$.