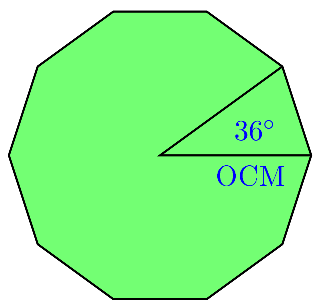
36° OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICAS

MEP - UCR - TEC - UNA - UTN - UNED - MICITT

Examen con Soluciones
I Eliminatoria Nacional



Nivel II

(8° y 9°)

2024

Estimado estudiante:

La Comisión de las Olimpiadas Costarricenses de Matemáticas 2024 le saluda y le da la más cordial bienvenida a la I Eliminatoria Nacional de estas justas académicas, le deseamos los mayores éxitos.

La prueba consta de un total de 20 preguntas de selección única.

Puede consultar la lista de estudiantes clasificados en la siguiente dirección electrónica:

www.olcoma.ac.cr

INDICACIONES GENERALES

- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en la hoja de respuestas que se le ha entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no necesariamente están hechos a escala.
- El formulario de preguntas es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- No se permite el uso de hojas adicionales.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en la hoja de respuestas.

SIMBOLOGÍA

$\overline{AB}$	segmento de extremos A yB	$\angle ABC \cong \angle DEF$	congruencia de ángulos
AB	medida de $\overline{AB}$	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
$\overrightarrow{AB}$	rayo de extremo A y que contiene a B	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia de puntos
$\overleftrightarrow{AB}$	recta que contiene los puntos A y B	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\angle ABC$	ángulo de rayos $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	medida de $\angle ABC$	$\widehat{AB}$	arco de extremos A y B
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A, B, C	$m\widehat{AB}$	medida de $\widehat{AB}$
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices A, B, C, D	(ABC)	área de ΔABC
$\parallel$	paralelismo	$(ABCD)$	área de $\square ABCD$
$\perp$	perpendicularidad	$P-Q-R$	P, Q, R puntos colineales, con Q entre P y R.

1. Si $7a - b = 0$ y $5b - c = 0$, al simplificar la expresión $\dfrac{b-a}{c-b}$ se obtiene

   (a) $\dfrac{3}{2}$

   (b) $\dfrac{3}{14}$

   (c) $\dfrac{6}{14}$

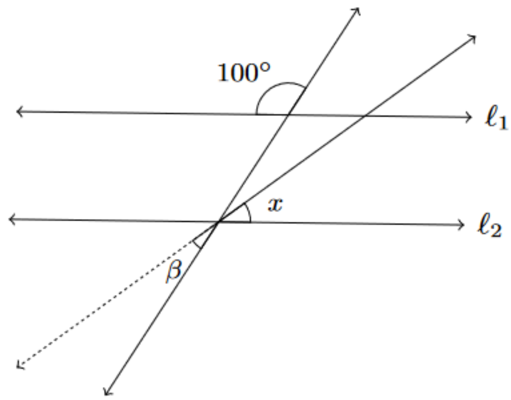
   (d) $\dfrac{3}{4}$

   Opción correcta: (b)

   Solución:

   Como $7a - b = 0$ y $5b - c = 0$ se tiene que $7a = b$ y $5b = c$ entonces
   $\dfrac{b-a}{c-b} = \dfrac{7a-a}{5b-b} = \dfrac{6a}{4b} = \dfrac{3a}{2b} = \dfrac{3a}{2(7a)} = \dfrac{3}{14}$.

2. Considere la siguiente figura en la que $\ell_1 || \ell_2$:



Si el ángulo x mide 45°, ¿cuál es la medida del ángulo β?

(a) 30°
(b) 35°
(c) 70°
(d) 75°

Opción correcta: (b)

Solución:

El ángulo β es opuesto por el vértice con el ángulo contiguo a x. Ambos ángulos forman un ángulo correspondiente entre paralelas con el ángulo que está junto al ángulo de 100°, que por ser suplementario, mide 80°. Como los ángulos correspondientes son congruentes, entonces $m\angle\beta = 35°$.

3. Considere el conjunto de los números enteros del 1 al 15. La menor cantidad de números que es suficiente escoger de esta lista, de forma que cualquier número del 1 al 15 se puede escribir como la suma de algunos de los números escogidos, sin repetición, o es uno de los números escogidos, es

   (a) 4.

   (b) 5.

   (c) 6.

   (d) 7.

   Opción correcta: (a)

   Solución: Claramente el 1 y el 2 deben pertenecer al conjunto, porque no es posible escribirlos como suma de otros elementos. Por otro lado, $3 = 1 + 2$, de forma que el 3 ya no es necesario. Luego, hay que agregar el 4. Al agregar el 4 se obtiene 4, $4 + 1 = 5$, $4 + 2 = 6$ y $4 + 2 + 1 = 7$. Luego, hay que agregar el 8. Finalmente, al agregar el 8 se agrega 8, $8 + 1 = 9$, $8 + 2 = 10$, $8 + 2 + 1 = 11$, $8 + 4 = 12$, $8 + 4 + 1 = 13$, $8 + 4 + 2 = 14$ y $8 + 4 + 2 + 1 = 15$. Por lo que la mínima cantidad es 4.

4. Si $a \in \mathbb{N}$, considere el número $x = a^{2023} + a^{2024}$ y analice las siguientes proposiciones:

    I. Si a es impar, entonces x es impar.

    II. x es par independientemente del valor de a.

    ¿Cuáles de las proposiciones son verdaderas?

    (a) Únicamente la I.
    (b) Únicamente la II.
    (c) Ambas.
    (d) Ninguna.

    Opción correcta: (b)

    Solución: Se tiene que $a^{2023} + a^{2024} = a^{2023}(1 + a)$. Si a es par, entonces $1 + a$ es impar. De igual manera, si a es impar, entonces $1 + a$ es par, de ahí que el número x es par independientemente de cuál sea el valor de a.

5. Sea $abcd$ un número de 4 dígitos con $a \neq 0$ que satisface que al dividirlo entre 12, el residuo es 8 y el cociente es un número de dos dígitos xy donde $y = 1$, y $x \neq 0$. Entonces, se puede asegurar que el valor de $a + b + c + d$ es:

   (a) 2
   (b) 4
   (c) 11
   (d) 13

   Opción correcta: (a)

   Solución: Observamos que $12 \times 81 + 8 = 980$. Por lo tanto, si $x \leq 8$, entonces $abcd$ es menor on igual que 980, que no es un número de 4 dígitos. Concluimos que la única posibilidad para x es tener el valor de $x = 9$. Es decir $abcd = 12 \times 91 + 8 = 1100$. Por lo tanto $a + b + c + d = 1 + 1 + 0 + 0 = 2$.

6. Sea p un número primo tal que $p + 15$ también es un número primo. Entonces el número de divisores positivos de $p + 16$ es igual a

   (a) 3
   (b) 6
   (c) 12
   (d) 18

   Opción correcta: (b)

   Solución: Observe que si p es impar, entonces $p + 15$ es par, y no puede ser un número primo. Por lo tanto p tiene que ser par, y entonces $p = 2$. Se concluye que $p + 16 = 18 = 3^2 \cdot 2$. Este número tiene 6 divisores positivos, que son: $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$.

7. El número real positivo x satisface la ecuación $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{x}}}}}}=3.$

   Entonces se puede asegurar que:

   (a) $x+1$ no es un número entero.
   (b) $x+1$ es entero divisible por 3.
   (c) $x+1$ es entero divisible por 5.
   (d) $x+1$ es entero divisible por 7.

   Opción correcta: (c)

   Solución: Esta ecuación la podemos resolver elevando al cuadrado a ambos lados para obtener:

$$\begin{aligned} 6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{x}}}}} &= 9 \\ \Rightarrow \sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{x}}}}} &= 3. \end{aligned}$$

   Repitiendo el mismo análisis cuatro veces concluimos que

$$\begin{aligned} \sqrt{x} &= 3 \\ \Rightarrow x &= 9. \end{aligned}$$

   Por lo tanto $x+1=10$ que es entero y divisible por 5.

8. Si $2a - 2b = 64$, con $a, b \in \mathbb{Z}$, entonces el valor numérico de $(a+b)^2 - 4ab$ corresponde a:

   (a) 32
   (b) 64
   (c) 1024
   (d) 4096

   Opción correcta: (c)

   Solución:
   Como $2a - 2b = 64 \Longrightarrow a - b = 32$.
   Luego $(a+b)^2 - 4ab = a^2 + 2ab + b^2 - 4ab = a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$.
   Entonces $(a+b)^2 - 4ab = (a-b)^2 = (32)^2 = 1024$.

9. Si m y n son dos números reales diferentes, entonces ¿cuál de las siguientes relaciones sucede con certeza?

   (a) $m - n > 0$
   (b) $m^2 + n^2 > 2mn$
   (c) $-2(m + n) < 0$
   (d) $m - 2n^2 > m^2$

   Opción correcta: (b)

   Solución: Sabemos que $(m - n)^2 > 0$, dado que el cuadrado de un número real es positivo. Entonces

$$\begin{gathered}(m-n)^2 > 0\\ \Rightarrow m^2 - 2mn + n^2 > 0\\ \Rightarrow m^2 + n^2 > 2mn.\end{gathered}$$

10. Sean x y y números reales tales que $x+3y=3(x-y)$. Entonces el valor numérico de la expresión $\dfrac{3x^4-2x^2y^2+y^4}{xy^3}$ es

    (a) $\dfrac{2}{9}$

    (b) $\dfrac{22}{9}$

    (c) $\dfrac{226}{3}$

    (d) $\dfrac{76}{3}$

    Opción correcta: (c)

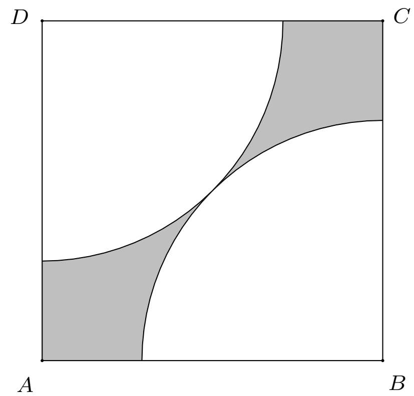
    Solución: Observe que

$$x+3y=3(x-y) \Rightarrow x+3y=3x-3y \Rightarrow 6y=2x \Rightarrow 3y=x \Rightarrow \frac{x}{y}=3\,.$$

Por otro lado, se tiene que

$$\begin{aligned}
\frac{3x^4-2x^2y^2+y^4}{xy^3} &= \frac{3x^4}{xy^3}-\frac{2x^2y^2}{xy^3}+\frac{y^4}{xy^3} \\
&= 3\frac{x^3}{y^3}-2\frac{x}{y}+\frac{y}{x} \\
&= 3\left(\frac{x}{y}\right)^3-2\frac{x}{y}+\frac{y}{x} \\
&= 3\cdot 3^3-2\cdot 3+\frac{1}{3} \\
&= 81-6+\frac{1}{3} \\
&= \frac{226}{3}\,.
\end{aligned}$$

11. En la figura se muestra un cuadrado $\square ABCD$ de 6 cm de lado y dos circunferencias con centros en los puntos B y D respectivamente. Además, el radio de ambas es $\dfrac{AC}{2}$.



¿Cuál es, el área de la región sombreada?

(a) $36 - 9\pi$ cm^2
(b) $36 - 18\pi$ cm^2
(c) 18π cm^2
(d) $36 - \frac{9\pi}{2}$ cm^2

Opción correcta: (a)

Solución:

Por el Teorema de Pitágoras, la diagonal del cuadrado mide $6\sqrt{2}$ cm, es decir, el radio de los dos arcos mide $3\sqrt{2}$. Como el área del cuadrado es de 36 cm^2, entonces el área sombreada es $36 - 9\pi$ cm^2.

12. Sea S el conjunto de los cuadrados perfectos entre 201 y 1000. ¿Cuál es la probabilidad de extraer de S un número tal que la suma de sus dígitos sea un número primo?

   (a) $\dfrac{4}{17}$

   (b) $\dfrac{7}{17}$

   (c) $\dfrac{6}{17}$

   (d) $\dfrac{8}{19}$

   Opción correcta: (b)

   Solución:

   Los números cuadrados perfectos entre 201 y 1000 corresponden:

225	256	289	324	361	400	441	484	529
576	625	676	729	784	841	900	961	

   De estos los que sus dígitos suman un número primo son:

256	2+5+6=13
289	2+8+9=19
625	6+2+5=13
676	6+7+6=19
784	7+8+4=19
841	8+4+1=13
961	9+6+1=16

   Como son 17 números cuadrados perfectos entre 201 y 1000, además hay 7 números que al sumar sus dígitos se obtiene un número primo, la probabilidad que sea cuadrado perfecto y que la suma de sus diígitos de como resultado un número primo corresponde $\dfrac{7}{17}$.

13. Angie realizó una campaña de reforestación con sus amigos. Se reforestaron 5 hectáreas de terreno con árboles de manzana, higuerón y cedro rojo. Por cada 5 árboles de manzana se plantaron 2 de cedro rojo y por cada árbol de higuerón se plantaron 10 de manzana. Si se plantaron 2025 árboles durante la campaña, entonces la cantidad de cedros rojos sembrados corresponde a:

    (a) 135
    (b) 310
    (c) 540
    (d) 1350

    Opción correcta: (c)

    Solución: Cuando se siembran 10 árboles de manzana se habrán sembrado 4 de cedro rojo y 1 de higuerón. Así, en cada ronda se siembran 15 árboles. Ahora bien, se tiene que $2025 = 15 \cdot 135$ por lo cual tenemos que se sembró un grupo de 15 árboles en 135 ocasiones. En cada grupo de 15 árboles hay 4 de cedro rojo, por lo que se sembraron $4 \cdot 135 = 540$ árboles de este tipo.

14. Si sumamos todos los números positivos pares múltiplos de tres menores que 405 el resultado será un número cuya cifra de las unidades corresponde a

    (a) 2
    (b) 4
    (c) 6
    (d) 8

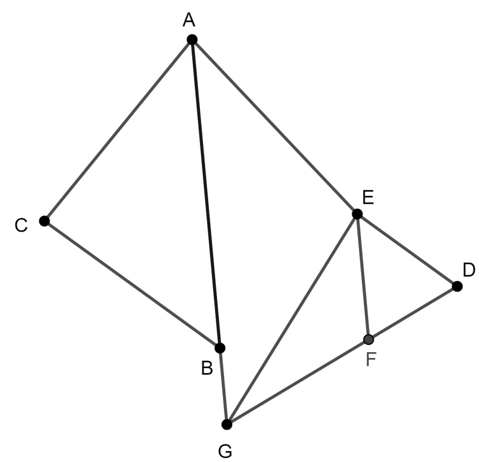
    Opción correcta: (d)

    Solución: Los números pares múltiplos de tres debe ser múltiplos de 6, además como $405 = 67 \cdot 6 + 3$ el último múltiplo de 6 menor que 405 es 402, es decir debemos sumar $6 + 12 + 18 + 24 + 30 + 36 + 42 + 48 + 54 + 60 + \cdots + 396 + 402$. Note que los dígitos de las unidades siguen un patrón $6 - 2 - 8 - 4 - 0$ lo que significa que si sumamos en grupos de 5 los resultados de cada grupo terminan en 0, excepto el último grupo que solo tiene dos números (las suma termina en 8).

    $(6 + 12 + 18 + 24 + 30) + (36 + 42 + 48 + 54 + 60) + \cdots + (396 + 402)$.

    Por lo tanto, las suma total termina en 8.

15. En la figura adjunta, $AC = BC$, $AE = GE$, $\overline{AG} \parallel \overline{EF}$, $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$.



Con certeza se puede concluir que

(a) $\angle CAB \cong \angle GEF$

(b) $\angle ACB \cong \angle AEG$

(c) $\angle CAE \cong \angle GED$

(d) $\angle GAE \cong \angle FED$

Opción correcta: (c)

Solución:

Dado que $AC = BC$, entonces $\angle CAB \cong \angle CBA$. Además, como $AE = EG$, entonces $\angle GAE \cong \angle AGE$. Luego, como $\overline{AG} \parallel \overline{EF}$, entonces $\angle AGE \cong \angle GEF$. Así, se tiene que $\angle GAE \cong \angle GEF$.

Luego, como $\overline{AG} \parallel \overline{EF}$ y $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$, entonces $\angle CBA \cong \angle FED$, y así se tiene que $\angle CAB \cong \angle FED$.

De lo anterior se concluye que $\angle CAE \cong \angle GED$.

16. Los números desde el 1 hasta el 2024 se escriben consecutivamente en una lista. En una primer proceso se borran el primer número escrito, el tercero, el quinto y así sucesivamente hasta completar la lista. En un segundo proceso se aplica el mismo procedimiento a los números que quedaron anteriormente, borrando el primero de ellos, el tercero, el quinto y así sucesivamente. Este proceso se repite mientras queden números de la lista.¿Cuántos números quedan en el momento en que se elimina el número 2024?

    (a) 2024
    (b) 1012
    (c) 650
    (d) 126

    Opción correcta: (d)

    Solución: En el primer proceso se eliminan todos los números impares, además observe que se eliminan los números resultantes de multiplicar el primer número de la lista por cada una de las posiciones. En este proceso resultan 1012 números si tachar.

Posición	1,	2,	3,	4,	...	2021	2022	2023	2024
Número	~~1~~,	2,	~~3~~,	4,	...	~~2021~~	2022	~~2023~~	2024

Seguidamente tachamos los números en la posición 1, 3, 5, sucesivamente.

Posición	1,	2,	3,	4,	...	1009	1010	1011	1012
Número	~~2~~,	4,	~~6~~,	8,	...	~~2018~~	2020	~~2022~~	2024

Observe que se eliminan los números resultantes de multiplicar el primer número de la lista por cada una de las posiciones. En este proceso resultan 506 números sin tachar ya que la cantidad de números era par.

Seguidamente tachamos los números en la posición 1, 3, 5, sucesivamente.

Posición	1,	2,	3,	4,	...	503	504	505	506
Número	~~4~~,	8,	~~12~~,	16,	...	~~2012~~	2016	~~2020~~	2024

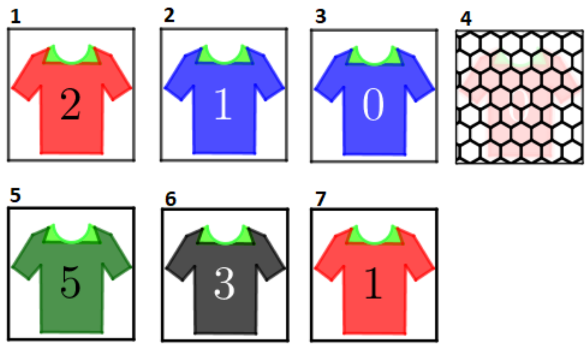
Observe que se eliminan los números resultantes de multiplicar el primer número de la lista por cada una de las posiciones. En este proceso resultan 253 números sin tachar ya que la cantidad de números era par.

Seguidamente tachamos los números en la posición 1, 3, 5, sucesivamente.

Posición	1,	2,	3,	4,	...	251	252	253
Número	~~8~~,	16,	~~24~~,	32,	...	~~2008~~	2016	~~2024~~

Observe que se eliminan los números resultantes de multiplicar el primer número de la lista por cada una de las posiciones. En este proceso resultan 126 números sin tachar y este es el momento en que el 2024 es eliminado.

17. Un equipo femenino de fútbol compra 4 uniformes, de diferente color, numerados del 0 al 10. La entrenadora toma al azar 8 camisas y le pide a la portera que escoja la camisa que quiere estrenar en el próximo partido. La portera coloca las camisas ofrecidas una sobre otra dejando encima la que ella seleccionó. La asistente debe mandar a lavar las camisas, por lo que coloca el resto de ellas, una sobre otra sin ningún orden sobre la camisa seleccionada por la portera, seguidamente las empaca de la siguiente manera: las apila una a una, iniciando con la que esta en la parte superior y cuenta del 7 al 0 en forma regresiva $(7-6-5-4-3-2-1-0)$. Si el número de la camisa coincide con el número que ella dijo se detiene y las empaca en una bolsa transparente, si llega al 0 sin coincidir se detiene y las empaca en una bolsa opaca (no se ve muy bien el contenido), continua de la siguiente manera y al final se puede observar:



Note que en la primera bolsa se detuvo en la camisa 2 Roja, luego en la 1 Azul, después en 0 Azul, en la cuarta bolsa no hubo coincidencia, en la quinta se detuvo en 5 Verde, luego 3 Negra y finalmente 1 Roja. ¿Cuál camisa seleccionó la portera?

(a) 0 Azul
(b) 5 Verde
(c) 3 Negra
(d) 1 Roja

Opción correcta: (c)

Solución: Según la información del problema, inicialmente la camisa seleccionada por la portera tendrá $44-8=36$ camisas encima, luego a la hora de empacarlas, tenemos:

a) bolsa 1 hay 6 camisas (ya que cuenta 7,6,5,4,3,2).
b) bolsa 2 hay 7 camisas (ya que cuenta 7,6,5,4,3,2,1).
c) bolsa 3 hay 8 camisas (ya que cuenta 7,6,5,4,3,2,1,0).
d) bolsa 4 hay 8 camisas (ya que cuenta 7,6,5,4,3,2,1,0).
e) bolsa 5 hay 3 camisas (ya que cuenta 7,6,5).
f) bolsa 6 hay 5 camisas (ya que cuenta 7,6,5,4,3).

Hasta este momento ha empacado : $6+7+8+8+3+5=37$ es decir la camisa seleccionada, es la que apreciamos en la bolsa 6, la negra con el número 3.

18. Se tienen 3 cajas, dos de ellas con bolitas de igual peso y forma pero de distintos colores y una tercera caja vacía. La caja 1 tiene exactamente 7 bolitas verdes y la caja 2 tiene exactamente 12 bolitas verdes. La probabilidad de sacar al azar una bolita verde es la misma tanto para la caja 1 como para la 2. Se juntan todas las bolitas de la caja 1 y la caja 2 en la caja 3 (que estaba vacía) y ahora la caja 3 tiene entre 270 y 300 bolitas de colores. La probabilidad de tomar una bolita verde al azar de la caja 3 corresponde a:

    (a) $\dfrac{1}{3}$

    (b) $\dfrac{1}{7}$

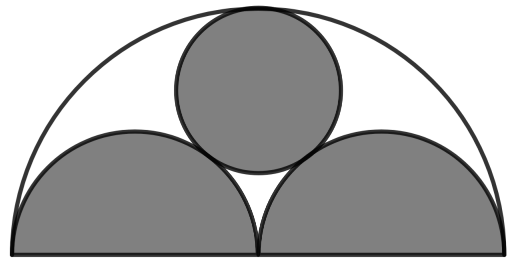
    (c) $\dfrac{1}{12}$

    (d) $\dfrac{1}{15}$

    Opción correcta: (d)

    Solución: Sea x el total de bolitas en la caja 1, y y el total de bolitas en la caja 2, entonces $\dfrac{7}{x} = \dfrac{12}{y}$, por lo que se tiene que $7y = 12x$, es decir la cantidad de bolitas de la caja 1 es múltiplo de 7 y la cantidad total de bolitas en la caja 2 es múltiplo de 12. Si se tuvieran 7 bolitas totales en una caja 1 y 12 en la otra se tendría una probabilidad de 1 en ambas. Si se tuvieran 14 bolitas totales en una caja y 24 en la otra se tendría una probabilidad de $\dfrac{1}{2}$ en ambas. Si se tuvieran 21 bolitas totales en una caja y 36 en la otra se tendría una probabilidad de $\dfrac{1}{3}$ en ambas. En todos los casos se puede ver que la caja 3 tendría en total un múltiplo de 19 bolitas. Así buscamos un múltiplo de 19 que esté entre 270 y 300, este es $19 \cdot 15 = 285$. Así se tienen en total 285 bolitas en la caja 3 de las cuales 19 son verdes. Así la probabilidad buscada en $\dfrac{1}{15}$.

19. En la figura se muestra un semicírculo grande, dos semicírculos de radios iguales y un círculo tangente a los tres semicírculos.



La proporción entre el área sombreada y el área del semicírculo grande es igual a

(a) $\frac{2}{3}$

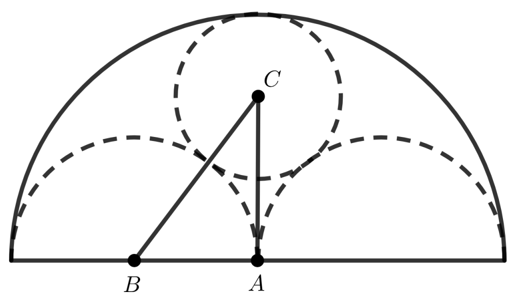
(b) $\frac{3}{4}$

(c) $\frac{13}{16}$

(d) $\frac{13}{18}$

Opción correcta: (d)

Solución: Sea A el centro del semicírculo grande, B el centro de uno de los semicírculos pequeños y C el centro del círculo tangente a los tres.



Sea R el radio del semicírculo grande, de forma que los dos semicírculos pequeños sean de radio $R/2$, y sea r el radio del círculo tangente a los tres. El punto de tangencia de los círculos es colineal con los dos centros, por lo que $BC = R/2 + r$ y $AC = R - r$. Usando el teorema de Pitágoras en en $\triangle ABC$ deducimos que

$$\left(\frac{R}{2}\right)^2 + (R-r)^2 = \left(\frac{R}{2} + r\right)^2 \Longrightarrow \frac{R^2}{4} + R^2 - 2Rr + r^2 = \frac{R^2}{4} + Rr + r^2 \Longrightarrow R^2 = 3Rr,$$

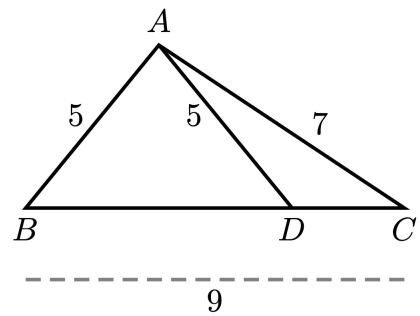
con lo cual concluimos que $r = R/3$. De esta forma el área sombreada es igual a

$$2 \cdot \frac{1}{2}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 + \pi\left(\frac{R}{3}\right)^2 = \frac{13\pi R^2}{36},$$

y por lo tanto la proporción correspondiente es

$$\frac{13\pi R^2/36}{\pi R^2/2} = \frac{13}{18}.$$

20. En la siguiente figura $AB = AD = 5$, $BC = 9$ y $AC = 7$. Determine $\dfrac{BD}{DC}$.



(a) $\dfrac{5}{7}$

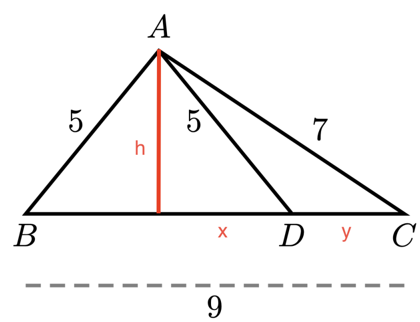
(b) $\dfrac{19}{6}$

(c) $\dfrac{5}{4}$

(d) $\dfrac{5}{9}$

Opción correcta: (b)

Solución:



Se construye la altura desde A hacia el lado $\overline{BC}$ siendo esta altura de ambos triángulos. Aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$x^2 + h^2 = 25 \qquad \text{y} \qquad (x+y)^2 + h^2 = 49$$

Desarrollamos la segunda ecuación:

$$x^2 + 2xy + y^2 + h^2 = 49 \;\; (\text{Sustituimos } x^2 + h^2 = 25 \text{ en esta ecuación}) \;\; 25 + 2xy + y^2 = 49$$
$$2xy + y^2 = 24$$
$$y\,(2x + y) = 24 \;(\text{ Observe que } 2x + y = 9 \;)$$
$$9 \cdot y = 24$$

$$y = \frac{24}{9}$$

$$y = \frac{8}{3}$$

Se concluye que $2x = 9 - \dfrac{8}{3}$

$$x = \frac{19}{6} \therefore \frac{BD}{DC} = \frac{\frac{19}{6}}{\frac{8}{3}} = \frac{19}{16}$$