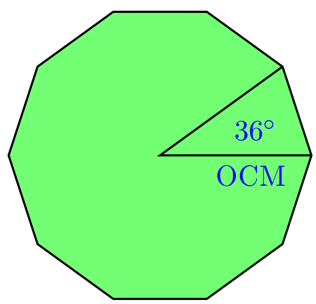
36° OLIMPIADA COSTARRICENSE DE MATEMÁTICAS

MEP - UCR - TEC - UNA - UTN - UNED - MICITT

Examen con Soluciones
II Eliminatoria Nacional



Nivel II

(8° y 9°)

2024

Estimada persona estudiante concursante:
La Comisión de la Olimpiada Costarricense de Matemáticas 2024 le saluda y le da la más cordial bienvenida a la II Eliminatoria Nacional de estas justas académicas, le deseamos los mayores éxitos.
La prueba consta de dos partes: una primera parte de 12 preguntas de selección única, ponderadas con dos puntos cada respuesta correcta, y una segunda parte con dos preguntas de desarrollo, con un valor de siete puntos cada solución correcta.

Puede consultar la lista de estudiantes clasificados en la siguiente dirección electrónica:

www.olcoma.ac.cr

INDICACIONES GENERALES

- Debe trabajar en forma individual.
- Las respuestas a las preguntas que se le formulan, deben ser consignadas ÚNICAMENTE en las hojas de respuestas que se le han entregado.
- Los dibujos que aparecen en la prueba no necesariamente están hechos a escala.
- El formulario de preguntas es suyo, por lo que puede realizar en él todas las anotaciones, cálculos o dibujos que le sean necesarios para resolver satisfactoriamente la prueba.
- No se permite el uso de hojas adicionales.
- Los únicos instrumentos cuyo uso se permite son los necesarios para escribir y dibujar. Se prohíbe el uso de libros, libretas de notas, tablas y calculadora.
- El examen tiene una duración máxima de tres horas.
- Escriba claramente los datos que se le solicitan en la hoja de respuestas.

SIMBOLOGÍA

$\overline{AB}$	segmento de extremos A yB	$\angle ABC \cong \angle DEF$	congruencia de ángulos
AB	medida de $\overline{AB}$	$\triangle ABC \cong \triangle DEF$	congruencia de triángulos
$\overrightarrow{AB}$	rayo de extremo A y que contiene a B	$ABC \leftrightarrow DEF$	correspondencia de puntos
$\overleftrightarrow{AB}$	recta que contiene los puntos A y B	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	semejanza de triángulos
$\angle ABC$	ángulo de rayos $\overrightarrow{BA}$ y $\overrightarrow{BC}$	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$	congruencia de segmentos
$m\angle ABC$	medida de $\angle ABC$	$\widehat{AB}$	arco de extremos A y B
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A, B, C	$m\widehat{AB}$	medida de $\widehat{AB}$
$\square ABCD$	cuadrilátero de vértices A, B, C, D	(ABC)	área de ΔABC
$\parallel$	paralelismo	$(ABCD)$	área de $\square ABCD$
$\perp$	perpendicularidad	$P-Q-R$	P, Q, R puntos colineales, con Q entre P y R.

I Parte: Selección única. **Valor: 24 puntos, 2 puntos cada pregunta**

Las respuestas a estas preguntas deben registrarse en la hoja de respuestas de selección única que se le ha entregado.

1. Considere el número $8a1b$ en el cual a y b son dígitos. Si sabemos que el número es divisible por 11, entonces con toda certeza este número también es divisible por:

   (a) 5

   (b) 6

   (c) 7

   (d) 9

   Opción correcta: (d)

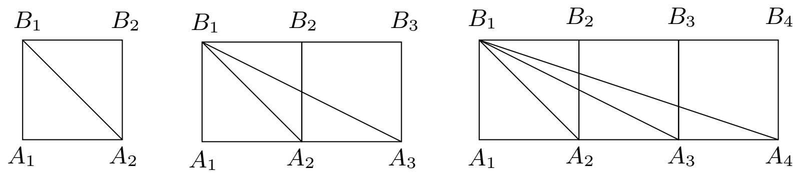
   Solución: Como $8a1b$ es divisible por 11, aplicando la regla de divisibilidad se tiene que $(8+1)-(a+b)$ tiene que ser un múltiplo de 11. Entonces se tiene que $9-(a+b)$ tiene que ser múltiplo de 11, es decir, $9-(a+b)=11k$, para k entero.

   Como a y b son dígitos, entonces $0 \leq a+b \leq 18$, por lo que $-9 \leq 9-(a+b) \leq 9$. El único múltiplo de 11 posible es $9-(a+b)=0$.

   Si sumamos los dígitos de $8a1b$ tenemos que $8+a+1+b=9+(a+b)$, pero $a+b=9$, entonces $8+a+1+b=9+(a+b)=18$.

   Por lo que vemos que sin importar cuáles valores tomen a y b se cumple la regla de divisibilidad del 9, y el número $8a1b$ es divisible por 9.

2. Se dibujan figuras de la siguiente manera: primero se dibuja un cuadrado $\square A_1A_2B_2B_1$ y la diagonal $\overline{B_1A_2}$, luego se genera un cuadrilátero $\square A_1A_3B_3B_1$ agregando el cuadrado $\square A_2A_3B_3B_2$ y también se considera su diagonal $\overline{B_1A_3}$. Y así se continúa sucesivamente hasta llegar al vértice A_{50}.



Considere la siguientes afirmaciones:

I. $(B_1A_2 + B_1A_3 + B_1A_4 + B_1A_5)/(A_1A_2) = \sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{10} + \sqrt{17}$.

II. $(B_1A_{21}A_{22}) > (B_1A_{49}A_{50})$.

Con certeza se puede afirmar que:

(a) Solamente la I. es verdadera.

(b) Solamente la II. es verdadera.

(c) Las dos afirmaciones son verdaderas.

(d) Ninguna es verdadera.

Opción correcta: (a)

Solución: Para la I., al utilizar el Teorema de Pitágoras se obtiene que

$$\frac{B_1A_2}{A_1A_2} = \frac{\sqrt{(A_1A_2)^2 + (A_1A_2)^2}}{A_1A_2} = \frac{A_1A_2\sqrt{2}}{A_1A_2} = \sqrt{2}\,.$$

Análogamente, se tiene que

$$\frac{B_1A_3}{A_1A_2} = \frac{\sqrt{(A_1A_2)^2 + (2A_1A_2)^2}}{A_1A_2} = \sqrt{5}\,,$$

$$\frac{B_1A_4}{A_1A_2} = \frac{\sqrt{(A_1A_2)^2 + (3A_1A_2)^2}}{A_1A_2} = \sqrt{10}\,,$$

$$\frac{B_1A_5}{A_1A_2} = \frac{\sqrt{(A_1A_2)^2 + (4A_1A_2)^2}}{A_1A_2} = \sqrt{17}\,,$$

por lo que la I es verdadera. Para la II, observe que $A_{21}A_{22} = A_{49}A_{50} = A_1A_2$, además, si se consideran estas como bases de los triángulos, la altura es A_1B_2 en ambos casos. En consecuencia

$$(B_1A_{21}A_{22}) = \frac{A_{21}A_{22} \cdot A_1B_2}{2} = \frac{A_{49}A_{50} \cdot A_1B_2}{2} = (B_1A_{49}A_{50})\,,$$

por lo que la II es falsa.

3. Se llena complemente el tanque de combustible a una nave para salir a explorar otros planetas. Hay que tener en cuenta que, debido al peso del combustible, en cada salida de un planeta se gasta el 10 % de lo que lleve en ese momento en el tanque, además, para maniobrar en el espacio exterior se consume otra cantidad extra. En su primer viaje la nave gastó en el espacio exterior 100 litros (aparte del 10 % del despegue), en su segundo viaje consumió en el espacio exterior 200 litros, en el tercero 300 litros y así sucesivamente hasta que regresó nuevamente a su planeta de origen. Al hacer el reporte de la misión, se dieron cuenta que en cada viaje se gastó la misma cantidad de combustible. Además, la cantidad de combustible que quedó en el tanque es igual a la que se gastó en cada viaje. ¿Cuántos viajes realizó la nave en dicha misión?

   (a) 8
   (b) 9
   (c) 10
   (d) 11

   Opción correcta: (a)

   Solución: Sea T la capacitad del tanque, note que en el primer viaje se consume $\frac{1}{10}T + 100$, por lo tanto queda $T - (\frac{1}{10}T + 100) = \frac{9}{10}T - 100$. En el segundo viaje gasta : $\frac{1}{10}\left(\frac{9}{10}T - 100\right) + 200 = \dfrac{9}{100}T + 190$.

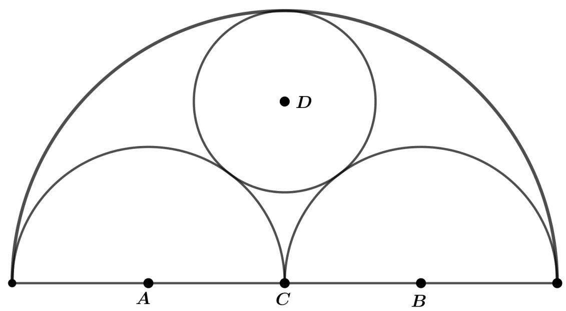
   Como los gastos son iguales: $\frac{1}{10}T + 100 = \dfrac{9}{100}T + 190$, multiplicando por 100 se tiene

   $10T + 10000 = 9T + 19000$, por lo tanto $T = 9000$.

   Como en cada viaje gastó $\frac{1}{10} \cdot 9000 + 100 = 1000$, por **lo tanto realizó** 8 **viajes** y le sobró para un más. A continuación se detalla los gastos de combustible en los diferentes viajes:

Viaje	Tanque Inicio	Despegue	Espacio Exterior	Gasto Total	Tanque Final
1	9000	900	100	1000	8000
2	8000	800	200	1000	7000
3	7000	700	300	1000	6000
4	6000	600	400	1000	5000
5	5000	500	500	1000	4000
6	4000	400	600	1000	3000
7	3000	300	700	1000	2000
8	2000	200	800	1000	1000
9	1000				

4. Dos semicírculos de radio x están inscritos dentro de un semicírculo más grande de tal forma que son tangentes entre sí. Además, un círculo de radio 8 es tangente a los tres semicírculos, como se muestra en la figura:



¿ Cuál es valor de x?

(a) $5cm$

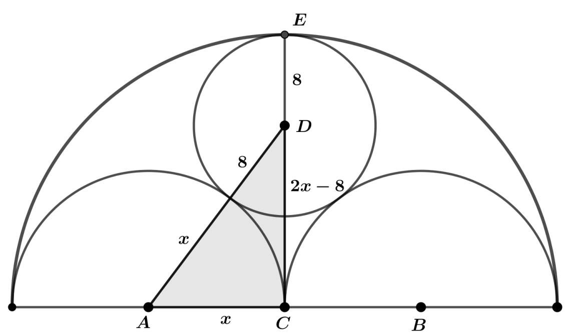
(b) $12cm$

(c) $24cm$

(d) No se puede determinar

Opción correcta: (b)

Solución: Note que el radio del semicírculo más grande es $2x$, correspondiente al diámetro de uno de los semicírculo pequeños. Ahora, trazando el radio del semicírculo más grande que va desde C y pasa por D, y el segmento AD se tiene lo siguiente



Note que el segmento $CD = 2x - 8$, pues DE es el radio del círculo y mide $8cm$. También, el segmento que va desde A hasta D tiene medida $x + 8$, pues corresponde a la medida del radio de un semicírculo pequeño y el radio del círculo. Además, note que se forma un triángulo ACD el cual es rectángulo, donde su hipotenusa AD mide $x + 8$ y su cateto AC mide x. Aplicando el teorema de Pitágoras se tiene que

$$
\begin{aligned}
AD^2 = AC^2 + CD^2 \quad &\Rightarrow (x+8)^2 = x^2 + (2x-8)^2 \\
&\Rightarrow x^2 + 16x + 64 = x^2 + 4x^2 - 32x + 64 \\
&\Rightarrow 16x = 4x^2 - 32x \\
&\Rightarrow 0 = 4x^2 - 32x - 16x \\
&\Rightarrow 0 = 4x^2 - 48x \\
&\Rightarrow 0 = 4x(x-12) \\
&\Rightarrow 4x = 0 \lor x - 12 = 0 \\
&\Rightarrow x = 0 \lor x = 12
\end{aligned}
$$

Por lo tanto la medida de x es $12cm$

5. Considere el número $k2022$ donde k es un dígito no nulo. La cantidad de valores de la cifra k de manera que este número sea divisible por 7 es

   (a) 1
   (b) 2
   (c) 3
   (d) 4

   Opción correcta: (b)

   Solución: Siguiendo la regla para determinar que un número es divisible por 7, se debe duplicar el dígito de las unidades y luego restamos este resultado al número original sin el dígito de las unidades.

$$\begin{array}{rr} & k202 \\ - & 4 \\ \hline & k198 \end{array}$$

   Repetimos el procedimiento con el número $k19$

$$\begin{array}{rr} & k19 \\ - & 16 \\ \hline & k03 \end{array}$$

   Repetimos el proceso para $k0$

$$\begin{array}{rr} & k0 \\ - & 6 \\ \hline & (k-1)4 \end{array}$$

   Como k es un dígito no nulo, entonces $(k-1)4$ es igual a 4, si $k=1$, o es un número de dos dígitos. En el primer caso, 4 no es divisible por 7. En el segundo caso, los números posibles son 14, 24, 34, 44, 54, 64, 74, 84, y de estos, los que son divisibles por 7 son 14 y 84. Por lo tanto, $k=2$ o $k=9$ son las únicas soluciones.

6. ¿Cuál es el mayor valor de un entero positivo N tal que 50 se puede escribir como suma de N enteros positivos distintos?

   (a) 8
   (b) 9
   (c) 10
   (d) 11

   Opción correcta: (b)

   Solución: Asuma que $50 = x_1 + \cdots + x_N$ donde los números $x_1, \ldots, x_N$ son enteros positivos distintos. Entonces debe pasar que $x_1 \geq 1$, $x_2 \geq 2, \ldots, x_N \geq N$, por tanto analizamos los posibles resultados de sumar los primeros N enteros positivos:

N	Suma	Resultado
1	1	1
2	$1+2$	3
3	$1+2+3$	6
4	$1+2+3+4$	10
5	$1+\cdots+5$	15
6	$1+\cdots+6$	21
7	$1+\cdots+7$	28
8	$1+\cdots+8$	36
9	$1+\cdots+9$	45
10	$1+\cdots+10$	55

   De aquí deducimos que $N \leq 9$, porque si $N \geq 10$, entonces la suma de los primeros N enteros positivos excede a 50. Finalmente vemos que 50 sí se puede escribir como suma de 9 enteros distintos. En efecto:

$$50 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 14$$

   Por tanto la respuesta es 9.

7. Sean a, b, c, k números reales, con $a \neq 0$. Si se sabe que $x = k$ es la única solución de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ y se cumple que $c + 3b + 5a = 0$, entonces un valor de k que satisface la condición del enunciado corresponde a

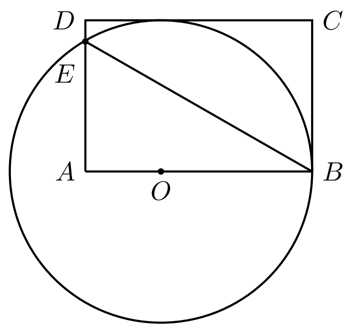
   (a) -1
   (b) 5
   (c) -6
   (d) 2

   Opción correcta: (b)

   Solución: Dado que $x = k$ es la única solución de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, entonces se tiene que el discriminante de la ecuación es cero, es decir que $b^2 - 4ac = 0$, de donde se obtiene que $c = b^2/4a$. Además, al aplicar fórmula general se obtiene que $k = -b/2a$, es decir que $b = -2ak$, y por lo anterior se tiene que $c = ak^2$.

   Luego, $c + 3b + 5a = 0 \Longrightarrow ak^2 - 6ak + 5a = 0$, de donde se obtiene que $k = 1 \vee k = 5$. Por tanto, la opción correcta es la (b).

8. En la siguiente figura $\square ABCD$ es un rectángulo, de forma que B pertenece a la circunferencia Γ, de centro O, y el lado DC es tangente a la circunferencia. Además, E es el punto de intersección del segmento AD y la circunferencia Γ. Si se sabe que $BE = 14$, entonces el área de $\square ABCD$ es



   (a) 14
   (b) 28
   (c) 49
   (d) 98

   Opción correcta: (d)

   Solución: Observe que el área del rectángulo es $AB \cdot BC$. Sea F el punto de tangencia entre DC y Γ, entonces $\square OBCF$ es un cuadrado, por lo que $BC = AD = OF$, siendo este último un radio de Γ. Sea r el radio de la circunferencia entonces $BC = AD = OF = OB = OE = r$, sean $x = AO$ y $y = AE$. De acuerdo con lo anterior, el área de $\square ABCD$ es

$$AB \cdot BC = (AO + OB) \cdot BC = (x + r)r\,.$$

   Aplicando el Teorema de Pitágoras en $\triangle AOE$ se obtiene que

$$r^2 = x^2 + y^2\,,$$

   aplicando también el Teorema de Pitágoras en $\triangle ABE$ se obtiene que

$$14^2 = y^2 + (x + r)^2 \Rightarrow 14^2 = y^2 + x^2 + 2xr + r^2\,.$$

   Despejando y^2 en ambas ecuaciones e igualando se obtiene que

$$r^2 - x^2 = 14^2 - x^2 - 2xr - r^2 \Rightarrow 2r^2 + 2xr = 196 \Rightarrow r(x + r) = 98\,.$$

9. Para hallar la cantidad de dinero que tenía que pagar por un cubo de postales, Santiago tenía que multiplicar un número A de tres cifras por otro número B de dos cifras. Pero al multiplicar A por B cometió un error e invirtió el orden de los dígitos de B y obtuvo un resultado 2034 unidades mayor.

   En este contexto, analice las siguientes proposiciones:

   I. Si los dígitos de B eran consecutivos, entonces $A = 226$.

   II. Si los dígitos de B no eran consecutivos, entonces $A = 113$.

   ¿Cuáles de ellas son verdaderas?

   (a) Únicamente la I.
   (b) Únicamente la II.
   (c) Ambas.
   (d) Ninguna.

   Opción correcta: (c)

   Solución: Como B es un número de dos cifras, entonces $B = 10m + n$, donde $m, n \in \mathbb{N}$ con $0 \leq m, n \leq 9$. Como Santiago invirtió los dígitos de B, entonces hizo la multiplicación con el número $10n + m$ y obtuvo un resultado 2034 unidades menor, es decir:

$$\begin{array}{rrcl} & A(10m+n) - A(10n+n) & = & 2034 \\ \Rightarrow & 9A(m-n) & = & 2034 \\ \Rightarrow & A(m-n) & = & 226 = 2 \cdot 113 \end{array}$$

   Entonces si m y n son consecutivos, entonces $m - n = 1$, por lo que $A = 226$. En caso contrario $A = 113$. Por lo tanto, ambas proposiciones son verdaderas.

10. Lucía tiene que subir 95 gradas y para divertirse inventa un juego. Ella piensa un número y realiza el siguiente proceso:

- En la primera grada suma 5 al número que pensó y obtiene un resultado.
- En la segunda grada cambia el signo al resultado de la grada anterior.
- En la tercera grada toma el resultado de la grada anterior y suma 10.
- En la cuarta grada cambia de signo al resultado de la grada anterior.
- En la quinta grada toma el resultado de la grada anterior y suma 15.
- En la sexta grada toma el resultado de la grada anterior y le cambia el signo.

Lucía continúa repitiendo este patrón, en cada grada impar suma un número cinco unidades mayor al de la grada impar anterior, y en cada grada par cambia el signo del resultado anterior. Repite este proceso hasta que llega a la grada 95. Si el número que Lucía pensó era el cero, el resultado que obtiene en la grada 95 es:

(a) -240
(b) -120
(c) 120
(d) 240

Opción correcta: (c)

Solución: Si se sigue el patrón descrito se encuentran los siguientes resultados

Escalón	**Resultado**
$1 = 4 * 0 + 1$	5
2	-5
3	5
4	-5
$5 = 4 * 1 + 1$	10
6	-10
7	10
8	-10
$9 = 4 * 2 + 1$	15
10	-15
11	15
12	-15

Se puede ver que, en los escalones, $1, 5, 9, 13$ aparecen por primera vez cada uno los múltiplos de 5, y en los siguientes tres escalones se tiene ese mismo número, pero intercalando un signo -. El múltiplo de 4 menor a 95 es 92, así que en el escalón 93 el resultado es un múltiplo de 5 Como $93 = 23 \times 4 + 1$ entonces el resultado en ese escalón es $24 \times 5 = 120$. En el escalón 94 se tendrá -120, en el 95 se tendrá 120.

11. Sean a, b, c números reales distintos entre ellos, que cumplen el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} a - \frac{1}{c} = b - \frac{1}{b} \\ c - \frac{1}{b} = a - \frac{1}{a} \\ b - \frac{1}{a} = c - \frac{1}{c} \end{cases}$$

Considere las siguientes proposiciones:

I. $a + \dfrac{1}{b} = b + \dfrac{1}{c} = c + \dfrac{1}{a}$.

II. $(abc)^2 = 1$.

¿Cuáles de ellas son verdaderas?

(a) Únicamente la I.
(b) Únicamente la II.
(c) Ambas.
(d) Ninguna.

Opción correcta: (c)

Solución: Primero note que $a + \frac{1}{b} = b + \frac{1}{c}$ y que $c + \frac{1}{a} = a + \frac{1}{b}$. Por lo cual se tiene que la proposición I. es verdadera. Luego,

$$a - b = \frac{b - c}{bc},$$
$$b - c = \frac{a - c}{ac},$$
$$a - c = \frac{a - b}{ba}.$$

Multiplicando miembro a miembro se tiene

$$(a - b)(b - c)(a - c) = \frac{(b - c)(a - c)(a - b)}{(abc)^2},$$

de donde se tiene que

$$(abc)^2 = 1.$$

12. ¿Cuántas parejas de enteros positivos (a,b), con $a \leq b$, existen de modo que $ab-1$ sea un divisor de $2ab^2+ab+a-b-1$?

    (a) 2
    (b) 3
    (c) 4
    (d) 5

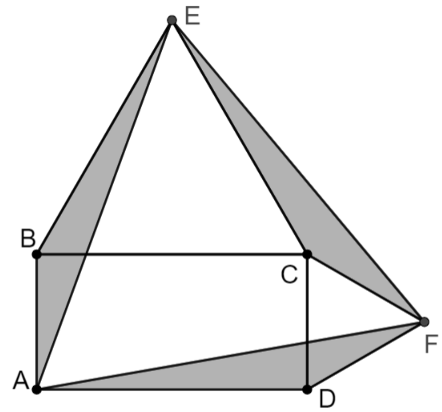
    Opción correcta: (b)

    Solución: Note que
$$\begin{aligned} 2ab^2+ab+a-b-1 &= 2ab^2+ab+a-2b+b-1 \\ &= ab(2b+1)-(2b+1)+a+b \\ &= (2b+1)(ab-1)+a+b \end{aligned}$$
    Por lo que $ab-1$ debe ser un divisor de $a+b$. Esto implica que $ab-1 \leq a+b \implies ab \leq a+b+1$. Luego, dado que $a \leq b$, entonces se cumple que $ab \leq 2b+1$ y así $a \leq 2+\frac{1}{b}$. Como el menor valor que puede tomar b es 1, entonces el mayor valor de la expresión $2+\frac{1}{b}$ es 3 y por tanto se tiene que los posibles valores de a son 1, 2 y 3. Al probar, se verifica que las parejas que cumplen la condición del enunciado son $(1,2)$, $(1,3)$ y $(2,3)$.

II Parte: Desarrollo. **Valor: 14 puntos, 7 puntos cada pregunta**

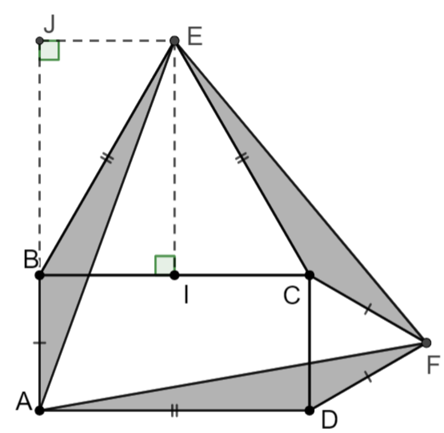
Los siguientes ejercicios deben ser resueltos en las hojas de respuestas para preguntas de desarrollo que se le entregaron. Conteste en forma ordenada, completa y clara. Se califica procedimientos y respuesta.

1. Considere la siguiente imagen:



El $\square ABCD$ es un rectángulo, con $AD = 2AB$ y con área de 18 cm^2. Los triángulos $\triangle BCE$ y $\triangle CDF$ son equiláteros. Determine el área de la región sombreada.

Solución: Considere la siguiente figura:



Los segmentos $\overline{BE}, \overline{EC}$, y $\overline{AD}$ son congruentes por ser $\triangle BCE$ equilátero y $\square ABCD$ un rectangulo. Los segmentos $\overline{AB}, \overline{CF}$ y $\overline{DF}$ son congruentes por ser $\triangle CDF$ equilátero y $\square ABCD$ un rectangulo. Además, $m\angle ABE = 90 + 60 = 150$, $m\angle ADF = 90 + 60 = 150$ y $m\angle ECF = 360 - (90 + 60 + 60) = 150$. Esto por la medida de los ángulos de un triángulo equilátero y un rectángulo. Se puede afirmar entonces que los triángulos $\triangle ABE, \triangle FDA, \triangle FCE$ son congruentes por el criterio lado, ángulo lado. Como los tres triángulos son congruentes tiene la misma área. Como $AD = 2AB$ y el área del rectángulo es 18 cm^2, entonces el largo de rectangulo mide 6 cm y el ancho 6 cm. Si se traza el segmento $\overline{EI}$ es altura del triángulo $\triangle BEC$ pero también es mediana, entonces $BI = 3$ Se puede observar que $BI = JE = 3$ que es la altura del triángulo $\triangle ABE$ desde E. Usando $AB = 3$ y $JE = 3$ como base y altura del triángulo $\triangle ABE$ se tiene que su área es:
$\dfrac{AB \cdot JE}{2} = \dfrac{9}{2}$. Finalmente el área sombreada es $\dfrac{9}{2} \cdot 3$.

2. Considere el siguiente tablero, con unos y ceros en sus casillas.

1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	0	0
0	1	0	1

Un movimiento legal consiste en escoger una fila o una columna, y cambiar todos los unos por ceros y todos los ceros por unos. Determine, si es posible, mediante una cantidad finita de movimientos legales, a partir del cuadrado anterior, obtener los siguientes arreglos:

0	0	0	1
0	0	1	0
1	0	0	0
0	0	0	1

0	0	0	0
0	0	1	1
1	1	1	0
0	0	0	0

En caso de que no sea posible, dé una justificación de su respuesta.

Solución: El primer caso si es posible. Para esto, basta considerar la siguiente secuencia de filas y columnas que se deben escoger:

$$C2 - C4 - F1 - C4\,.$$

La segunda no es posible, para comprobarlo, primero observe que, en general, la aplicación de un movimiento legal sobre una fila o columna tiene el mismo efecto sobre el arreglo, en el sentido de que solo cambia unos por ceros, o ceros por unos. Suponga que en un momento dado, el arreglo tiene N unos. Se analiza ahora el efecto sobre esta cantidad de aplicar un movimiento legal. Si la fila (o columna) tiene cuatro unos, entonces el resultado es $N-4$, si la fila tiene tres unos, entonces el resultado es $N-3+1=N-2$, si la fila tiene dos unos, entonces el resultado es $N-2+2$, si la fila tiene un uno, entonces el resultado es $N-1+3=N+2$, y finalmente si la fila tiene cuatro ceros, entonces el resultado es $N+4$. En resumen, se presentan los siguientes resultados:

Cantidad de 1's	Resultado
4	$N-4$
3	$N-2$
2	N
1	$N+2$
0	$N+4$

De acuerdo con lo anterior, si se comienza con una cantidad par de unos, la paridad se va a mantener, lo mismo que si se comienza con una cantidad impar. Como el arreglo inicial tiene 8 unos, y el segundo tiene 5, entonces no es posible realizar una secuencia de movimientos legales para llegar al segundo a partir del primero.